Einführung in die ökonomische Theorie der Indexzahlen und den True Cost of Living Index (COLI)

Peter von der Lippe

Motto

"a useful approach but it must not be followed very far" R. G. D. ***Allen***[1]

"Many price statisticians find the economic approach ... to be overly formalistic and intuitively implausible" (W. Erwin ***Diewert*** *2000)*

1. Motivation und Definition des COLI Konzepts, was heißt "theoretische Fundierung" einer Indexfunktion?

Man kann argumentieren, dass Abnahme der Kaufkraft des Geldes nicht bedeutet, dass man weniger *Güter* für den gleichen Geldbetrag erhält, sondern dass man mehr Geld aufwenden muß um auf den gleichen Nutzen zu kommen, dass es also auf den *Nutzen* ankomme, den man quasi mit dem Geld kaufen kann[2]. Der "True Cost of Living Index" (kurz **COLI**)[3] oder "**constant utility**" **(CU) index** soll die theoretische Basis für einen Verbraucherpreisindex (Consumer Price Index, CPI) in der Weise liefern, dass er messen will, wie sich die Teuerung tatsächlich auswirkt (vom Haushalt empfunden wird) und wie groß deshalb die gerechte (Einkommens-) Kompensation für die Teuerung sein sollte.

> Der COLI ist das Verhältnis der (allein aufgrund einer Veränderung der Preise $p_0 \rightarrow p_t$) für die Aufrechterhaltung des gleichen Nutzens (in 0 und t) mindestens erforderlichen (zusätzlichen) Ausgaben C(U,**p**). Weil es um den konstanten **Nutzen statt** um konstante **Mengen** geht, spricht man auch neuerdings[4] von der Alternative **COLI** (cost-of-living) **vs. COGI** (cost-of-goods index; d.h. der [traditionelle] Index bei gleichem Warenkorb).

Da die Mengen jetzt als abhängige Variable bei gegebenem Nutzenniveau und gegebener Nutzenfunktion (Indifferenzkurve) f(**q**) oder U(**q**) begriffen werden gilt nicht mehr die Definition eines Indexes wie in der axiomatischen Indextheorie, nämlich

$P_{0t} = P(\mathbf{p}_0, \mathbf{q}_0, \mathbf{p}_t, \mathbf{q}_t)$ in Abhängigkeit von Preis- und Mengenvektoren sondern

$P_{0t} = P^{CU}(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_t, U = f(\mathbf{q}))$.

wobei Gleichheit des Nutzens bedeutet $f(\mathbf{q}_t) = f(\mathbf{q}_0)$ so dass nicht unbedingt die Mengengleich sind ($\mathbf{q}_t = \mathbf{q}_0$), sondern dass der mit ihnen gestiftete Nutzen gleich ist. Der COLI ist somit definiert als das Verhältnis der jeweils minimal erforderlichen Ausgaben C eines Haushalts zur Erreichung des gleichen Nutzens U bei Geltung verschiedener Preise, nämlich einmal bei Preisen zur Zeit t (Vektor $\mathbf{p}_t$), einmal bei Preisen der Periode 0 ($\mathbf{p}_0$), also die Relation

(1) $$P_{0t}^{CU}(U) = C(U, \mathbf{p}_t) / C(U, \mathbf{p}_0).$$ [5]

Vertreter des Konzepts, das wir kurz "COLI" oder "constant utility index" P^{CU} Konzept nennen wollen, rühmen sich meist einer theoretischen Fundierung ihres Indexes P^{CU}. Die "Fun-

[1] R.G.D. Allen, 1975, p.44. Je weiter wir den Weg gehen, der hier gemeint ist, um so mehr wird – so zumindest meine Erfahrung – offenbar, dass das Konzept "Nutzen" selbst das Problem darstellt.

[2] Wir halten diese Betrachtung für wenig hilfreich. Sie ist zumindest unter praktischem Aspekt eher unbrauchbar, solange es nicht gelingt festzustellen, wie viel ein Gut zum Nutzen seines Konsumenten beiträgt. Unter Nr. 8b zeigen wir, dass es demgegenüber durchaus Sinn macht, sich auf Güterkäufe *gegen Geld* zu beschränken.

[3] Der Index wird oft auch Nutzenindex, oder Konüs-Preisindex genannt, nach dem russischen Ökonom A. A. Konüs, der diese Betrachtungsweise in die Indextheorie eingeführt hatte.

[4] Schulze 2003.

[5] Hier steht U für ein Nutzenniveau. Man kann auch, was hier jedoch nicht geschehen soll, in der Notation unterscheiden zwischen einer Nutzen*funktion* U_a, U_b, ... und einem hierauf bezogenen Funktionswert, etwa u_a oder u_b also ein bestimmtes Nutzen*niveau* (aufgrund einer konkreten Güterkombination).

dierung" erfolgt auf der Basis des Modells eines nutzenmaximierenden Haushalts. Es ist möglich, auch andere Indizes entsprechend mikroökonomisch zu "fundieren" (vgl. den abschließenden Abschn. 14; dann natürlich nicht mit einer Nutzenfunktion) und man spricht deshalb auch ganz allgemein von der "ökonomischen Theorie der Indexzahlen".

Zu den bekanntesten Aussagen auf der Basis dieser "ökonomischen" Indextheorie gehört es, dass die Formel von Laspeyres P_{0t}^{L} eine obere und die Formel von Paasche P_{0t}^{P} eine untere Schranke darstellen, so dass

(2) $$P_{0t}^{CU}(U_0) \leq P_{0t}^{L}$$

(3) $$P_{0t}^{P} \leq P_{0t}^{CU}(U_t).$$

Dieses Ergebnis, das wir mit Gl. (4a) und (4b) auf sehr einfache Art herleiten, hat eine wenig segensreiche Wirkung entfaltet: Es ist danach üblich geworden die Formeln P_{0t}^{L} und P_{0t}^{P} als

- *logisch gleichwertig* (auf der gleichen Ebene stehend, nur quasi mit verschiedenem Vorzeichen)[6] und
- *beide als extreme Varianten des eigentlich allein sinnvollen Indexes* anzusehen, der wohl irgendwo in der Mitte liegen könnte[7] und somit einen Mittelwert zu empfehlen (z.B. das geometrische Mittel wie die Formel $P_{0t}^{F} = \sqrt{P_{0t}^{L} P_{0t}^{P}}$ von Fisher), so dass es schwierig bis unmöglich geworden ist, sich für den Laspeyres Index einzusetzen, weil es eine ausgemachte Sache ist, dass er (im Vergleich zum allein gewünschten COLI) "übertreibt"[8].

Man beachte, dass bei der Herleitung dieses Ergebnisses tatsächliche Ausgaben und theoretische (nutzenmaximierende) Ausgaben gleich gesetzt werden[9]. Es ist klar dass Gl. 2 nur dann gilt, wenn Haushalte bei Änderungen der relativen Preise nach Maßgabe eines Nutzenmaximierungskalküls (bzw. Kostenminimierungskalküls) Substitutionen vornehmen können (wovon P_{0t}^{L} absieht, weshalb dort die Ausgabe in t auch größer ist als im COLI).

Es wird oft gesagt, der Laspeyres Index sei unbefriedigend weil er, anders als der COLI nicht (ökonomisch) theoretisch fundiert sei. Aber warum ist eine solche "Fundierung" überhaupt nötig? Die Forderung nach einer theoretischen Untermauerung ist in der Statistik doch sonst eigentlich eher unüblich. Hat man schon jemals die mangelhafte mikroökonomische Fundierung der Kovarianz für erwähnenswert gehalten? Oder wo ist die ökonomische Theorie hinter dem Variationskoeffizient als Volatilitätsmaß?[10]

---

[6] Entsprechende Überlegungen sind vor allem von Diewert vorgetragen worden, für den es dann deshalb (weil die Formeln P^L und P^P logisch auf der gleichen Ebene stehen) nahe liegt, für einen Mittelwert aus beiden Formeln zu plädieren, und zwar (auch wegen der von ihm für sehr wichtig gehaltenen Zeitumkehrbarkeit) für den bekannten "Idealindex" P^F von Irving Fisher.

[7] Das Problem mit dieser Betrachtung ist nicht nur das unverdiente Prestige der Formel von Fisher, die gemessen an anderen Kriterien, insbesondere an ihren Aggregationseigenschaften, eher als unvorteilhaft gelten sollte, sondern auch, dass jeder, der eine Indexformel vorschlägt, deren Ergebnis zwischen dem Paasche und dem Laspeyres Index liegt glaubt, sich auf die ökonomische Theorie berufen zu können, obgleich die Herleitung und Begründung dieser Formel so gut wie nichts mit der Herleitung und Begründung des COLI zu tun hat, z.B. wenn Kettenindizes mit dem Hinweis auf die ökonomische Theorie begründet werden (siehe Abschn. 12).

[8] Zu den [ebenfalls wenig segensreichen] Leistungen der "ökonomischen Theorie der Indexzahlen" gehört deshalb auch, dass sie zusammen mit der Forderung nach Kettenindizes viel zur Geringschätzung des "alten" Konzepts von Laspeyres mit einem konstant gehaltenen Warenkorb beigetragen hat.

[9] Es ist durchaus Vorsicht geboten, wenn es in den theoretischen Schriften heißt, der COLI sei in diesem Fall gleich dem Paasche-Preisindex (P^P) oder in jenem Fall identisch mit dem Laspeyres-Preisindex (P^L).

[10] Ist die Konstruktion einer brauchbaren statistischen Maßzahl erst dann möglich, wenn in sie auch Einsichten einfließen, die man erst mit der empirischen *Analyse* unter Verwendung dieser Maßzahl gewinnen möchte? Es

Der "economic approach" kann auch benutzt werden um Preisindizes auf der Erzeugerpreisebene[11] (producer price indices, PPIs) und um Mengenindizes (Produktionsindizes) zu definieren. Das sind Betrachtungen, die im allgemeinen weniger bekannt sind als der COLI. In allen diesen Fällen besteht der "ökonomisch theoretische" Charakter dieser Indizes (bzw. von deren "theoretischer Fundierung") darin, dass

- eine Größe optimiert wird, d.h. insbesondere, dass die Mengen in dem Preisindex aus einer Maximierung/Minimierug unter Nebenbedingungen abgeleitet sind[12], wobei
- alle Bestimmungsfaktoren der zu maximierenden bzw. zu minimierenden Größe Nutzen bzw. Kosten bis auf die relevanten Preisvektoren $\mathbf{p}_0$ und $\mathbf{p}_t$ konstant sind.

2. Exakte Definition und empirisch beobachtbare Schranken für den COLI

Es soll zunächst deutlicher gemacht werden, was mit der Definition von Gl. 1 tatsächlich ausgesagt wird. Unter der Voraussetzung, dass ein Haushalt eine gegebene (konstante) Präferenzstruktur (Nutzenfunktion) bezüglich *n in beiden Perioden 0 gleicher Güter* hat, zusammengefasst in dem Vektor $\mathbf{q}'_\tau = [q_{1\tau} \quad q_{2\tau} \quad \dots \quad q_{n\tau}]$, τ = 0, 1, ..., t existiert ein System von Indifferenzkurven[13] U(**q**). Hierin beschreibt U den Nutzen, der nicht notwendig kardinal messbar sein muss,[14] in Abhängigkeit von den Gütermengen des Vektors **q**. Es gilt wenn nur ordinaleer Nutzen vorausgesetzt wird $U(\mathbf{q}_1) > U(\mathbf{q}_2)$ dann und nur dann, wenn der Haushalt das Güterbündel $\mathbf{q}_1$ dem Güterbündel $\mathbf{q}_2$ präferiert. Dabei wird beliebige Teilbarkeit, Substituierbarkeit und Verfügbarkeit (durch Kauf) aller Güter angenommen. Unter diesen Voraussetzungen sind die minimalen Kosten eines Nutzenniveaus U_a (für den Kauf der Mengen **q**, die [mindestens] den Nutzen U stiften) bei gegebenen Preisen $\mathbf{p}_b$ gegeben mit

(4) $C(a,b) \equiv C(U_a, \mathbf{p}_b) = \min\{\mathbf{p}'_b\mathbf{q} \mid U(\mathbf{q}) \geq U_a\}$ und es gilt dann

$$P_{0t}^{CU}(U) = \frac{C(U,\mathbf{p_t})}{C(U,\mathbf{p_0})} = \frac{\sum p_t q_t^*}{\sum p_0 q_0^*} \qquad \text{(1a)}$$

wobei angenommen wird, dass in t die Mengen q_t^* (bei Geltung des Preisvektors $\mathbf{p}_t$) und q_0^* in 0 bei Geltung der Preise p_{i0} (mindestens) den gleichen Nutzen U (oder U_a) stiften.

Man beachte, dass Gl. 1 bzw. 1a nur eine Definition darstellt, nicht eine Vorschrift, die unmittelbar zu empirischen Berechnungen angewendet werden kann, weil die Mengen q* in Gl. 1a keine beobachteten Mengen sind. Der COLI ist *definiert* als das Verhältnis der minimalen Kosten C zur Aufrechterhaltung des gleichen Nutzens bei Geltung verschiedener Preise p_0 und p_t. Es ist damit nicht gesagt, wie er empirisch zu bestimmen (berechnen) ist.

Aus der Definition der Kosten C als *minimale* Kosten folgt:

Wenn nutzenmaximierendes Verhalten der Haushalte in beiden Perioden vorausgesetzt wird, und zwar so dass in Periode 0 bei Preisen p_0 der Nutzen U_0 maximal (bzw. der Maßstab für

---

ist z.B. auch allgemein bekannt, dass die "Gleichverteilung" (bei n Einheiten hat jede einen Anteil in Höhe von 1/n) kein Ideal der "Gerechtigkeit" sein kann. Aber wer wird damit jemand davon abgehalten, eine Lorenzkurve zu zeichnen oder Ginis Disparitätsmaß D zu berechnen, nur weil D = 0 eine unbefriedigende Normierung ist?

[11] Danach wird unterschieden: ein output-, intermediate input- und ein value added *Preis*-index (→ Abschn. 14).

[12] Es gibt hier also stets "theoretische" Mengen, die in der Regel von den empirisch beobachtbaren verschieden sind. Beim PPI übernimmt die Produktionsfunktion die Rolle der Nutzenfunktion des COLIs.

[13] Der Ausdruck "Kurve" ist natürlich nur berechtigt im Falle von zwei Gütern. Er soll hier trotzdem der Anschaulichkeit halber beibehalten werden. Eine gewisse Vertrautheit mit den oben nur kurz erwähnten Konzepten der mikroökonomischen Theorie soll hier vorausgesetzt werden.

[14] Das gilt jedoch nicht mehr, wenn man den dem COLI entsprechenden Mengenindex betrachtet, weil dieser ein Verhältnis von absoluten Nutzenniveaus ist.

die Kostenminimierung) und entsprechend in t die Kosten C für den Nutzen U_t minimiert werden, dann wäre[15]

$$C(0,0) \equiv C(U_0, \mathbf{p}_0) = \sum p_0 q_0 = \mathbf{p}_0' \mathbf{q}_0 \quad \text{und} \quad C(t,t) \equiv C(U_t, \mathbf{p}_t) = \sum p_t q_t = \mathbf{p}_t' \mathbf{q}_t$$

also der allein auf Beobachtungen (erhobenen Daten) fußende *Wert*-index (oder *Kosten*index)

(5) $$V_{0t} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} = \frac{C(t,t)}{C(0,0)}$$

bereits der gesuchte COLI. Das ist aber in aller Regel nicht der Fall, selbst dann nicht wenn sich "der" Haushalt in beiden Perioden *nutzenmaximierend* (bzw. bei gegebenem Nutzen *kostenminimierend*) verhält (eine nicht unproblematische Annahme), weil die Nutzenniveaus U_0 und U_t in der Regel verschieden sein werden. V_{0t} ist also nicht als *Preis*index geeignet, weil kein reiner Preisvergleich im Sinne von "bei gleichem Nutzen" vorliegt. Wir müssen also fiktive Mengen einführen:

- q_0^* (statt q_0) wenn auch in 0 das als Maßstab geltende Nutzenniveau U_t gelten soll, bzw.
- q_t^* (statt q_t) wenn auch in t das als Maßstab geltende Nutzenniveau U_0 gelten soll.

und man erhält dann zwei COLIs, $P_{0t}^{CU}(U_0) = \frac{C(0,t)}{C(0,0)}$ auf der Basis von U_0 mit Mengen q_t^* im Zähler und $P_{0t}^{CU}(U_t) = \frac{C(t,t)}{C(t,0)}$ auf der Basis von U_t mit Mengen q_0^* im Nenner. Wenn die Größen C(U,**p**) also C(0,0) und C(t,t) kostenminimal sind, dann sind entsprechend Ausgaben wie $\sum p_0 q_t$ und $\sum p_t q_0$ nicht kostenminimal für U_t bzw. U_0, so dass gilt

(4a) $\sum p_t q_0 \geq C(U_0, \mathbf{p}_t) = C(0,t)$ weil C(U,**p**) ja nach Definition minimal ist kann $\Sigma p_t q_0$ nicht kleiner als C(U,**p**) sein, und deshalb auch

(4b) $\sum p_0 q_t \geq C(U_t, \mathbf{p}_0) = C(t,0)$ (aus dem gleichen Grund wie oben, weil nämlich C(U,**p**)

Unter diesen Voraussetzung der Kostenminimierung für U_0 in 0 und U_t in t gilt somi

(2) $$P_{0t}^{L} = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_t q_0}{C(0,0)} \geq \frac{C(0,t)}{C(0,0)} = P_{0t}^{CU}(U_0)$$ (Laspeyres-Index als obere Schranke da $C(0,t) \leq \sum p_t q_0$)[16] und entsprechend weil $C(t,0) \leq \sum p_0 q_t$ ist

(3) $$P_{0t}^{CU}(U_t) = \frac{C(t,t)}{C(t,0)} = \frac{\Sigma p_t q_t}{C(t,0)} \geq \frac{\Sigma p_t q_t}{\Sigma p_0 q_t} = P_{0t}^{P}$$ (Paasche-Index als untere Schranke)[17].

Es ist *im allgemeinen* der Index $P^{CU}(U_t)$ *nicht* gleich dem Index $P^{CU}(U_0)$, denn die (theoretische) Minimalkostenkombination von Gütermengen hängt nicht nur von den Preisen und der jeweils (in 0 und t) gleichen geltenden Nutzenfunktion ab, sondern auch vom Niveau des Referenznutzens (U_t in $P^{CU}(U_t)$ statt U_0 in $P^{CU}(U_0)$).

[15] C(0,0) ist die *minimale* Ausgabe zur Erreichung des Nutzenniveaus U_0 beim Preisvektor $\mathbf{p}_0$ (analog C(t,t)).
[16] Wegen der für den Laspeyres Index typischen Bezugnahme auf die Basisperiode als Referenznutzen und dieser (theoretische) Index $P(U_0)$ auch als Laspeyres-Konüs Index bezeichnet.
[17] Ganz analog zum Laspeyres Index wird dieser CU-Index auch Paasche-Konüs Index genannt. Es ist somit P^L die obere Schranke für den COLI bei Bezugnahme auf U_0 und P^P die untere Schranke des COLI auf der Basis des Nutzens U_t. Das ist verständlich, weil in Gl. 2 der Zähler und in Gl. 3 der Nenner aus einer Minimierung gewonnen wird.

Es ist nicht zwingend, dass sich der COLI P^{CU} auf U_0 oder U_t bezieht (also es gibt keinen Grund $P^{CU}(U_t)$ oder $P^{CU}(U_0)$ vorzuziehen), er kann sich auch auf einen Mittelwert aus beiden, $U^* = \lambda U_0 + (1-\lambda)U_t$ als Referenznutzen beziehen.

Schon Konüs hat gezeigt, dass sich

1. in diesem Fall (also bei $P_{0t}^{CU}(U^*)$) oder
2. unter der Voraussetzung "homothetischer" Nutzenfunktion die beiden Ungleichungen (Gl. 2 und 3) sich zu einer verbinden lassen, nämlich

(6) $P_{0t}^{P} \leq P_{0t}^{CU} \leq P_{0t}^{L}$.

Eine Nutzenfunktion ist homothetisch, wenn sie linear homogen ist in **q**, wenn also für einen Mengenvektor **q** gilt $U(\lambda\mathbf{q}) = \lambda U(\mathbf{q})$, wobei λ eine positive reelle Zahl ist (bei Ver-λ-fachung aller Mengen ver-λ-facht sich auch der Nutzen).

Man spricht auch von "Ausgabenproportionalität" oder linearen Engelfunktionen[18]. Mit dieser Annahme wird die Kostenfunktion C und damit auch $P_{0t}^{CU}(U_0)$ unabhängig von den Mengen $\mathbf{q}_0$ und dem Nutzen*niveau* $U_0 = f(\mathbf{q}_0)$, das als Ausgangspunkt (als Basis) dient.

Die Annahme einer homothetischen Präferenzstruktur $U(\lambda\mathbf{q}) = \lambda U(\mathbf{q})$ ist eine unbestritten unrealistische Annahme, allerdings können wichtige Aussagen der ökonomischen Theorie auch ohne diese Annahme auskommen.

Werner Neubauer[19] kritisierte das dem COLI zugrundeliegende Modell des Zusammenhangs zwischen Realeinkommens-, Preisstruktur- und Verbrauchsstrukturveränderung nicht nur als statistisch (empirisch), sondern auch als theoretisch unbefriedigend[20]. Er geht dabei davon aus, dass die Haushalte bei *Erhöhung* des Realeinkommens ihre Verbrauchsstruktur ändern[21], also z.B. für (teuere) Dienstleistungen mehr ausgeben als bisher. Unter diesen Voraussetzungen (oder wenn rationale Substitution praktisch nicht möglich ist) kann auch sehr wohl $P_{0t}^{P} > P_{0t}^{L}$ sein.[22]

Im gleichen Sinne ist es denkbar, dass die Haushalte bei inflationsbedingtem *Sinken* der Realeinkommen diesen Dienstleistungsverbrauch einschränken, so dass $P_{0t}^{P} < P_{0t}^{L}$ sein wird. Dabei werden sie jedoch "zu Recht den Laspeyres-Index als Maß ihrer Belastung durch die Inflation reklamieren, denn der Verzicht auf den Dienstleistungsverbrauch ist durch die Realeinkommenssenkung erzwungen" (Neubauer a. a. O, S. 11). Man könnte konkretisieren: der Verzicht ist durch die *Einkommens*-senkung, nicht durch eine *Preis*-steigerung erzwungen worden.

3. Ein Beispiel: der log-Laspeyres Index als "exakter" COLI

Mit dem folgenden Zahlenbeispiel soll gezeigt werden, dass der Laspeyres Index eine erhebliche Preissteigerung anzeigen kann, obgleich der Nutzenindex keine Preissteigerung anzeigt. Gegeben sei die Nutzenfunktion $U = \sqrt{q_1 q_2}$, oder allgemein

[18] Eine Ver-λ-fachung des Einkommens (der Ausgaben) verändert alle Mengen q_i (i = 1,...,n) um das λ-fache.
[19] Neubauer 1995.
[20] Was hier von Neubauer über einen COLI kritisch gesagt wurde, läßt sich natürlich auch entsprechend einem "theoretischen Erzeugerpreisindex" entgegenhalten.
[21] "Homothetisch" heißt, dass sich die Struktur gerade *nicht* mit dem Einkommen ändert.
[22] Das gleiche gilt übrigens auch empirisch für den Fall, dass eine kostensenkende Substitution (so schnell) nicht möglich ist: etwa ein Ausweichen auf eine kleinere Wohnung oder ein kleineres Auto, weil die Miete steigt oder weil Benzin teuerer wird. Für die entsprechenden Teilindizes des Verbraucherpreisindexes (früher "Preisindex für die Lebenshaltung") wird deshalb ja auch immer wieder beobachtet, dass der Paasche Preisindex nicht kleiner, sondern größer sein kann als der Laspeyres Preisindex für das entsprechende (Teil-) Aggregat.

(7) $$U = q_1^{\alpha_1} \cdot q_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot q_n^{\alpha_n} = \prod_i q_i^{\alpha_i} \; .$$

Es ist leicht zu sehen, dass diese Nutzenfunktion homothetisch ist, sofern die Summe der α Koeffizienten 1 ist, weil dann $\prod \lambda^{\alpha_i} = \lambda$. Bei den Preisen p_0 und p_t habe der Haushalt die folgenden kostenminimalen Mengen (Punkte P_0 und P_t in Abb. 1) konsumiert:

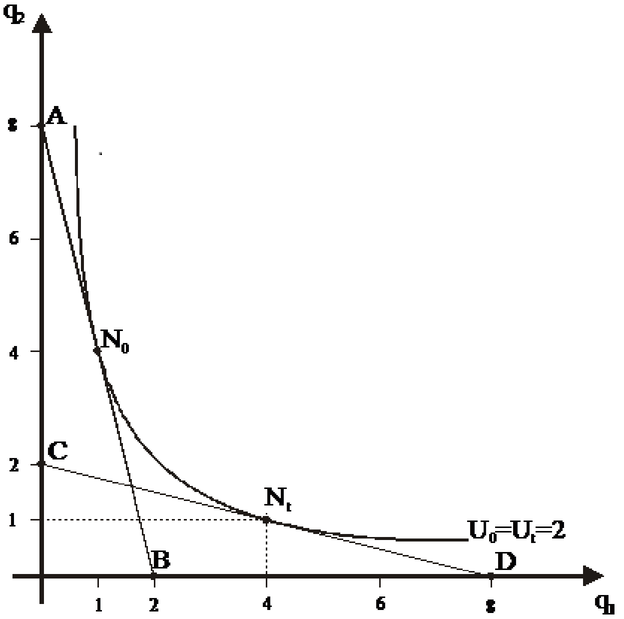
Gut	Preise		Mengen	
	0	t	0	t
1	8	2	1	4
2	2	8	4	1

Der Nutzen ist in beiden Perioden gleich $U_0 = U_t = \sqrt{4} = 2$, und die Veränderung der Preise hat den Haushalt nicht wirklich in seinen Möglichkeiten berührt (es ist ja auch keine reine Preissteigerung, weil der Preis der Ware 1 sinkt und der der Ware 2 "entsprechend" steigt). Es erscheint zumutbar, vom Haushalt zu verlangen, die angegebene Substitution vorzunehmen, also den Konsum der Ware 1 (Ware 2) zu vergrößern (zu reduzieren). Der Haushalt realisiert damit sein neues Gleichgewicht N_t (statt bisher N_0), wie in Abb. 1 dargestellt. Die damit verbundenen Ausgaben sind $C_0 = 8 \cdot 1 + 2 \cdot 4 = 16$ und $C_t = 2 \cdot 4 + 8 \cdot 1 = 16$, so dass man erhält:

COLI	Laspeyres	Paasche
$P_{0t}^{CU} = 16/16 = 1$	$P_{0t}^{L} = 34/16 = 2{,}125$	$P_{0t}^{P} = 16/34 = 0{,}4706$

Der COLI liegt zwischen P_{0t}^{P} und P_{0t}^{L} und sein Wert 1 erscheint gerechtfertigt, weil sich der eine Preis (Gut 2) vervierfacht hat, der andere Preis (Gut 1) in t aber nur noch ein Viertel des Preises von Periode 0 ist. Die Bilanzgerade[23] (Gerade AB in Abb. 1) ist in diesem Beispiel bei den Preisen zur Zeit 0 $q_{20} = 8 - 4q_{10}$. Sie verbindet alle Kombinationen q_{10}, q_{20}, die gem. $8q_{10} + 2q_{20} = 16$ zu Ausgaben in Höhe von 16 führen.

Abb. 1: Isoquante und Haushaltsgleichgewichte N_0 und N_t



Die Gerade AB lautet $q_{20} = 8 - 4q_{10}$. Die Nutzen-maximierende Güterkombination ist N_0 ($q_{10} = 1$ und $q_{20} = 4$) und diese Kombination 1 und 4 erfüllt die Nutzenfunktion $(q_{10}\, q_{20})1/2 = 2$ und die Gerade AB; die Ausgaben C sind mit diesen Gütermengen dann 16, was die Gleichung für AB erklärt: Sie ist allgemein $q_2 = C/p_2 - q_1(p_1/p_2)$

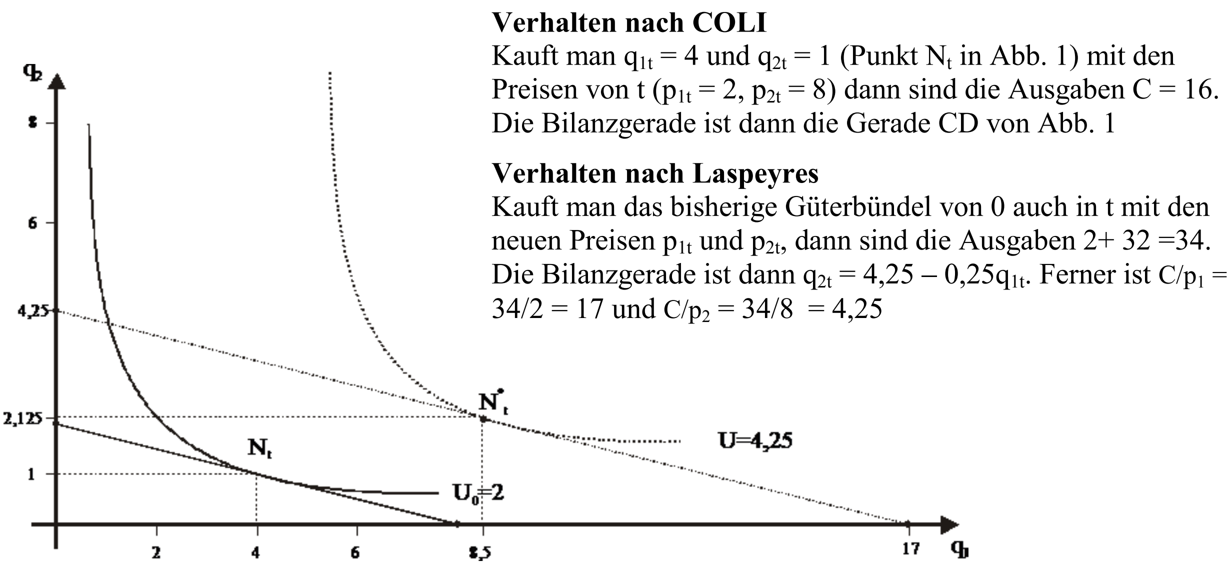
Wenn $q_1 = 0$ ist, dann ist $q_2 = C/p_2 = 16/2 = 8$ (Punkt A), wenn $q_2 = 0$ ist, dann ist $q_1 = C/p_1 = 16/8 = 2$ (Punkt B).

Die Gerade CD lautet $q_{2t} = 2 - 4q_{1t}$. Die Nutzenmaximierende Güterkombination ist N_t ($q_{1t} = 4$ und $q_{2t} = 1$) mit dem gleichen Nutzen $U_t = U_0 = 2$.

[23] Oder "Isoausgabenkurve".

Würde man jedoch auf einer Entschädigung (Einkommenssteigerung) nach Maßgabe von $P_{0t}^{L} = 2,125 = 34/16$ bestehen, so könnten die Ausgaben (und auch der Nutzen) mehr als verdoppelt werden (von 16 auf 34), womit aber bei den Preisen p_t nicht nur die Mengen $q_1 = 1$ und $q_2 = 4$ wie zur Basiszeit gekauft werden können, sondern auch die Mengen $q_{1t} = 8,5$ und $q_{2t} = 2,125$ mit einem mehr als verdoppelten Nutzen in Höhe von 4,25. Die so mögliche Mengenkombination ist in Abb. 2 dargestellt als Punkt N_t^*, der Tangentialpunkt der parallel verschobenen Bilanzgerade mit der Indifferenzkurve $U_t = \sqrt{q_{1t}q_{2t}}$.

Abb. 2: "Kompensation" mit einem Preisindex $P^L = 2,125$



Die Bilanzgerade im Falle der Preise p_t ergibt sich bei Ausgaben in Höhe von 16 wegen 16 = $2q_{1t}+8q_{2t}$ mit $q_{2t} = 2-\frac{1}{4}q_{1t}$ (Gerade CD in Abb. 1). Entsprechend erhält man bei 2,125 fachen Ausgaben in Höhe von 34 (Parallelverschiebung der Geraden CD zu der gestrichelten Linie in Abb. 2) die Gerade $q_2 = 4,25 - \frac{1}{4}q_1$. Die Steigung der Indifferenzkurve $U_t = 4$ beträgt wegen

$dq_2/dq_1 = -(4,25)^2/q_1^2$ bei $q_1 = 8,5$ ebenfalls – 1/4.

> Das zeigt, dass (zumindest in diesem extremen Beispiel) in der Tat Zweifel angebracht sind, ob ein Inflationsausgleich nach Maßgabe von P^L gerechtfertigt wäre. Eine Substitution dergestalt, dass die Menge q_2 zugunsten von q_1 reduziert wird, ist zumutbar (der Nutzen bleibt ja gleich) und es ist nicht einzusehen, dass eine Entschädigung so großzügig sein muss, dass mehr als eine Verdoppelung des Nutzens eintritt.

Gegen diese Betrachtung lässt sich im Grunde wenig sagen. Man kann in der Tat argumentieren, dass sich die Haushalte nicht auf einen Kaufkraftausgleich nach Maßgabe des Laspeyres Indexes $P_{0t}^{L} = 2,125$ berufen können, denn das würde einem nicht gerechtfertigten Gratis-Nutzenzuwachs gleichkommen. Das erscheint ungerecht, einmal vorausgesetzt (aber das ist das eigentliche Problem), man könne den Nutzenzuwachs messen, und die Haushalte seien in der Tat in der Lage, den Konsum vom teurer gewordenen Gut 2 zugunsten des stark verbilligten Gutes 1 bei gleichbleibendem Nutzen zu reduzieren. Abgesehen davon, dass in der Realität die Unterschiede zwischen P_{0t}^{L} und P_{0t}^{CU} natürlich nicht so krass sind, scheinen der kritischen Punkt dieser Überlegung

- mehr auf der Ebene der gemachten Annahmen zu liegen und

- vor allem darin, was aus der praktisch überhaupt nicht operationalen Theorie gemacht wird, wenn sie "angewendet" wird[24].

Wenn es um "Gerechtigkeit" und "Kompensation" (COLI als Maß für die "gerechte" Zunahme des Einkommens um die Teuerung "auszugleichen")[25] geht, ist die Frage naheliegend, ob mit der Annahme einer gegeben Nutzen- oder Wohlfahrtsfunktion nicht einfach das als *"gegeben" angenommen* wird, was eigentlich *das* Problem ist, das es zu "lösen" gilt (eine Lösung kann nicht darin bestehen, dass man *annimmt*, das Problem sei gelöst) .

Bevor hierauf eingegangen wird soll noch kurz der zu der Nutzenfunktion von Gl. 7 passende Preisindex dargestellt werden. Für die in Beispiel benutzte Nutzenfunktion gilt bei i = 1, 2

(7a) $U = q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} \quad (\alpha_1 + \alpha_2 = 1,\ 0 < \alpha_i < 1)$[26].

Allgemein gilt dann für die Grenzrate der Substitution[27]

$$\frac{\partial U/\partial q_2}{\partial U/\partial q_1} = \left|\frac{dq_1}{dq_2}\right| = \frac{\alpha_2 q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2 - 1}}{\alpha_1 q_1^{\alpha_1 - 1} q_2^{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2 q_1}{\alpha_1 q_2}.$$

Die Bedingung des Nutzenmaximums lautet[28]

(8) $\frac{\alpha_2 q_1}{\alpha_1 q_2} = \frac{p_2}{p_1}$ und damit (8a) $\frac{p_1 q_1}{p_2 q_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$, so daß auch gilt $\frac{p_1}{\alpha_1} = \frac{p_2 q_2}{\alpha_2 q_1}$.

Man erhält Gl. 8 übrigens aus dem Nullsetzen des totalen Differentials der Nutzenfunktion, also $dU = \frac{\partial U}{\partial q_1} \cdot dq_1 + \frac{\partial U}{\partial q_1} \cdot dq_2 = 0$. Aus Gl. 7a und 8 ergibt sich, dass die Koeffizienten α_i bei dieser angenommenen Nutzenfunktion (Gl. 7a) konstant sind und Ausgabenanteile darstellen. Im Falle der im Beispiel angenommenen Nutzenfunktion $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$ sind die Ausgabenanteile für die beiden Waren jeweils 1/2, was ja auch in allen Punkten N_0, N_t und N_t^* der Fall ist.

Aufgrund der Gl. 7a und 8 in Verbindung mit der Kostenfunktion $C = p_1 q_1 + p_2 q_2$ erhält man für jede Periode 0 oder t die Kosten C (als Funktion des Nutzens und der Preise) gemäß

(9) $$C = \left(\frac{p_1}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} = \left(\frac{p_1}{\alpha_1}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_2}{\alpha_2}\right)^{\alpha_2} U = C(U, \mathbf{p}).$$

Mit den Preisen $p_{10} = 8$, $p_{20} = 2$, $q_{10} = 1$ und $q_{20} = 4$ erhält man $C = 2\sqrt{p_1 p_2 q_1 q_2} = 16$.

Daraus folgt, dass der zur Nutzenfunktion Gl. 7 "passende" (hierfür "exakte") COLI lautet

(10) $$P_{0t}^{CU} = \frac{C(U_0, \mathbf{p}_t)}{C(U_0, \mathbf{p}_0)} = \left(\frac{p_{1t}}{p_{10}}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_{2t}}{p_{20}}\right)^{\alpha_2} \frac{U_t}{U_0} = \left(\frac{p_{1t}}{p_{10}}\right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_{2t}}{p_{20}}\right)^{\alpha_2},$$

---

[24] Das sollte eigentlich Anlass genug sein am Konzept zu zweifeln. Gedacht ist hier vor allem an die Aussagen der "Boskin Kommission" (vgl. Abschn. 9).

[25] Später in Abschn. 9 wird gezeigt, dass die Fragestellung zutiefst ein "politisches" Problem ist und dass die Statistik überfordert sein dürfte, wenn sie meint, diese Frage beantworten zu können.

[26] Nur der Anschaulichkeit zuliebe beschränken wir uns hier auf zwei Güter. Selbstverständlich lässt sich die Betrachtung leicht auf mehr als zwei Güter ausdehnen. Die mit Gl. 7 gegebene Nutzenfunktion ist auch bekannt als "Cobb-Douglas"-Nutzenfunktion (bei der jedoch die Koeffizienten α_i beliebige positive reelle Konstanten sind, während sie im folgenden Ausgabenanteile sind).

[27] - dq_1/dq_2 ist die Grenzrate der Substitution von Gut 1 (wird aufgegeben) durch Gut 2 (erhält man).

[28] Grenzrate der Substitution = Preisverhältnis.

bei[29] $U_0 = U_t$. Diese Indexformel wird auch logarithmischer Laspeyres Index genannt[30]. Sie kann für mehr als zwei Güter wie folgt verallgemeinert werden mit i = 1, ...,n und den Ausgabenanteilen α_{i0} zur Basiszeit

(10a) $DP_{0t}^{L} = \prod_i \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)^{\alpha_{i0}}$, so dass gilt $\ln\left(DP_{0t}^{L}\right) = \sum_i \ln\left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)\alpha_{i0}$,was den Namen "log. Laspeyres" erklärt, denn $P_{0t}^{L} = \sum_i \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)\alpha_{i0}$ ist der "normale" Laspeyres Index. Neben der Betrachtung der Kosten in Abhängigkeit von Nutzen und Preisen (Gl. 9) oder des Nutzens in Abhängigkeit von den Gütermengen (Gl. 7, 7a, *direkte* Nutzenfunktion) ist auch der Zusammenhang

(11) $U = C\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\alpha_i}{p_i}\right)^{\alpha_i}$

von Interesse und bekannt als "indirect utility function"(*indirekte* Nutzenfunktion), d.h. der Nutzen in Abhängigkeit von den Preisen p_i (i = 1, ..., n) und den (gesamten) Kosten C.

4. Implizite Voraussetzungen beim Nutzenmaximierungskonzept des COLI

Gem. Gl. 6 gibt der Laspeyres Index eine Obergrenze des (COLI) an und der Paasche Index eine Untergrenze. Diese Erkenntnis ist sehr verbreitet und hat - wie gesagt - nicht immer segensreich gewirkt[31]. Die mikroökonomische Fundierung des COLI verliert jedoch schnell an Glanz, wenn man nicht nur über die (Beobachtbarkeit von) Nutzenfunktionen, sondern überhaupt über das Konzept "Nutzen" nachdenkt.

Das Problem ist nicht nur, wie festzustellen ist, bei welchen Gütermengen ein Haushalt zu verschiedenen Zeiten den gleichen Nutzen empfindet[32], sondern vielmehr, warum die Ausgabenrelation $P_{0t}^{CU}(U)$ gem. Gl. 1 (*wenn* man sie denn empirisch feststellen könnte)[33] überhaupt *das* Maß der Teuerung sein sollte.

Es wird immer gesagt, dass $P_{0t}^{CU}(U)$ (anders als P_{0t}^{L}) zum Ausdruck bringt, wie ein Haushalt das Ausmaß der Teuerung "empfindet" und diese Überlegung veranlasst viele zu glauben, der COLI sei das non plus ultra, die "wahre" Teuerung, wie das ja auch schon die Bezeichnung "true" andeutet. Das Problem dabei ist bloß, dass dieser Schluss einiges voraussetzt, dessen man sich meist gar nicht bewusst ist. Es muss beispielsweise klar sein, dass

1. die Konsumenten frei sind, sich veränderten Preisen durch entsprechende Substitutionen anzupassen, und dass es allein die Preisänderungen sind, die sie zu derartigen Nachfrageveränderungen veranlassen, und dass

[29] Wird der Definition des COLI zufolge $U_t = U_0$ gesetzt, so fragt sich natürlich, was im Beispiel der "Mengenindex" ist (vgl. Abschn. 6).

[30] Im Unterschied zum "Cobb-Douglas-Index" sind bei diesem Index (DP^L) die Koeffizienten nicht beliebige reelle Zahlen. Gilt $\alpha_i = 1/n$ für i = 1,...,n so liegt ein ungewogenes geometrisches Mittel vor, das bekanntlich bereits im 19. Jahrhundert von Jevons propagiert wurde. Die log.-Laspeyres-Indexformel (DP^L) wurde auch von W. A. Jöhr vorgeschlagen.

[31] Es werden dabei nämlich gerne die Voraussetzungen, unter denen dieses Ergebnis hergeleitet wurde, vergessen. Das betrifft insbesondere die bei der Existenz von Indifferenzkurven gemachten Annahmen.

[32] Beide Probleme, die Betrachtung einer konkreten Nutzenfunktion und die empirische Feststellung des Grads der Nutzenempfindung zu verschiedenen Zeiten haben sich - so wird es gerne dargestellt, oder insinuiert -, seit Diewerts Theorie der superlativen Indizes erledigt, weil es – so meint man allgemein – bei diesen Indizes in einem gewissen Sinne gar nicht mehr auf die konkrete Gestalt der Nutzenfunktion ankommt.

[33] Man beachte, dass Gl. 1 nur eine Definition ist, keine konkrete Handlungsanweisung, wie man hier zu einem empirischen Zahlenwert gelangt.

2. das "Ausmaß" (wenn man von so etwas überhaupt sprechen kann) des Nutzens allein abhängig ist von den individuell konsumierten und auf freien Märkten käuflich erworbenen n Gütern (wobei es in den beiden verglichenen Perioden die gleichen n Güter sein müssen).[34]

Nach **Voraussetzung 1** ist Substitution zwecks Steigerung des Nutzens unbegrenzt möglich und zumutbar. Dass in der Praxis aber Minderkonsum wegen höherer Preise oft nicht oder nicht so schnell möglich ist, ist auch dafür verantwortlich, dass gelegentlich die Paasche Formel, nicht wie sonst meist üblich (und in der COLI-Theorie grundsätzlich vorgesehen) zu einem niedrigeren, sondern zu einem höheren Ergebnis führt als die Laspeyres Formel[35].

Ein wichtiges Element der ersten Voraussetzung ist, dass es allein das Nutzenkalkül der Nachfrager ist, das über die nachgefragten Mengen entscheidet. Angebotsseitige Einflüsse auf das Nachfrageverhalten werden nur indirekt über die Preise ausgeübt. Es muss also gelten

Abnahme der Kaufkraft = Mehrausgabe nötig für den gleichen Nutzen. Aber: Mehrausgabe für den gleichen Nutzen ist etwas anderes als Mehrausgabe für die gleichen Güter. Nur im zweiten Fall erfolgt die Mehrausgabe allein wegen steigender Preise. Im ersten Fall kann sie auch wegen eines anderen Güterangebots erfolgen.

Es kann z.B. sein, dass generell die übliche "technische" Raffinesse von Autos steigt (oder dass laufend die Umweltauflagen verschärft werden) ohne dass dies auch mit größerem Nutzen verbunden ist. Das gewohnte "primitive" Produkt gibt es einfach nicht mehr, sondern nur noch das raffiniertere. Der Geldwert ist insofern gesunken, als man mehr ausgeben muss für den gleichen Nutzen, allerdings nicht freiwillig sondern *angebotsbedingt*.[36]

Voraussetzung Nr. 2 hat Verfechter des COLI-Konzepts zu immer weiteren Konstanzannahmen (z.B. konstantes Angebot öffentlicher Güter[37], keine Veränderung der Umweltqualität usw.) gezwungen, um ihre theoretische Fundierung zu retten (vgl. Abschn. 11). Aber trotz einer unter praktischem Gesichtspunkt eher enttäuschenden Bilanz von Operationalisierungsversuchen halten sie unverdrossen am Ziel des "ökonomischen" Index fest, und sie fahren fort, bekannte und künftige Indexformeln aufgrund ihrer Eignung als Approximation an den "ökonomischen Index" gewürdigt sehen zu wollen.

Zur zweiten Voraussetzung gehört auch[38], dass es nicht nur möglich, sondern auch üblich ist, sich mit Gütern[39] vorwiegend über Käufe gegen Geld auf freien Märkten (Wettbewerbspreisbildung) zu versorgen[40]. Das sind jedoch Annahmen, die ganz generell gemacht werden müssen, wenn man eine Inflation überhaupt sinnvoll durch die Zunahme eines Preisindexes messen will (und somit auch implizit gemacht werden im Falle des Laspeyres Indexes, also im Falle des COGIs statt COLIs). Zusammenfassend:

---

[34] Naheliegende Fragen sind: wie weit reicht das n? Müssen es alle (?) Güter sein? Wie steht es mit den Gütern anderer Personen oder bestimmten Qualitäten der Gesellschaft insgesamt, wenn es um "*meinen*" Nutzen geht?

[35] Man erlebt – wie bereits gesagt - das, was die "ökonomische Theorie der Indexzahlen" meist in eine gewisse Verlegenheit bringt regelmäßig beim Teilindex für die Kosten des Wohnens oder des Kraftfahrzeugs. Man kann eben nicht einfach auf eine Mietsteigerung damit reagieren, dass man sich nur noch in einer kleinen Ecke seiner Wohnung ausbreitet und entsprechend weniger Miete zahlt.

[36] Es ist einer der wichtigsten Einwände von Neubauer (siehe oben) gegen den COLI dass es viele Gründe gibt, weshalb sich die konsumierten Mengen auch angebotsbedingt verändern, nicht nur durch Nutzenerwägungen der Nachfrager, selbst wenn diese völlig rational sind.

[37] Hier wird Bezug genommen auf den "conditional" COLI. Nach dem Motto "was man nicht messen kann wird konstant gehalten" wird dort dem Einwand Rechnung getragen, der Nutzen nicht nur von individuellen Gütern des privaten Verbrauchs sondern auch von einer Vielzahl weiterer Faktoren abhängt (vgl. Abschn. 11).

[38] Die im folgenden genannten Voraussetzungen müssen übrigens auch erfüllt sein, um von einem Ausgabenniveau auf ein Preisniveau schließen zu können.

[39] d.h. hier, wie auch sonst Waren und Dienstleistungen.

[40] statt z.B. über Eigenversorgung, Naturaltausch, Beziehungen usw.

Das dem COLI zugrundeliegende Modell, in dem eine Veränderung der Preisrelationen zwischen den Gütern entsprechende (Mengen-) Anpassungen der Nachfrager auslöst und in dem es allein dieses Verhalten der *Nachfrager* ist, das es erklärt, welche Mengen schließlich konsumiert werden, und wie mithin die Inflation empfunden wird, ist nicht so voraussetzungslos, wie es oft gerne hingestellt wird.

5. Konstante Kaufkraft und Zerlegung der Wertsteigerung nach Slutzky

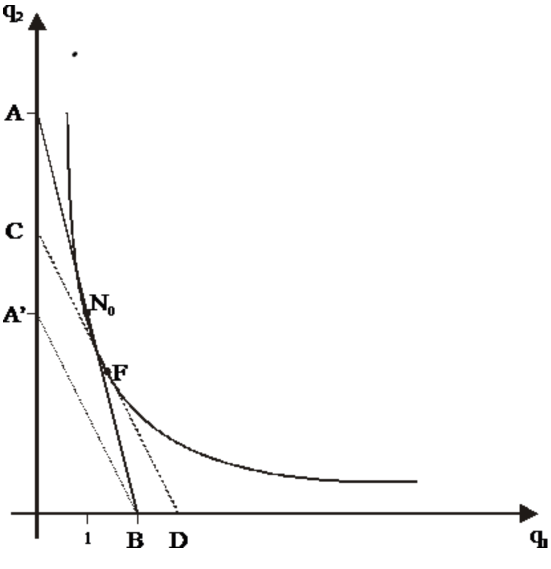
H. A. Leifer hat in zahlreichen Aufsätzen[41] dargelegt, dass man das Festhalten an einem konstanten Warenkorb nach Art des Laspeyres Indexes durchaus auch im Sinne der mikroökonomischen Theorie mit Indifferenzkurven und Bilanzgeraden interpretieren kann. Dazu weist er daraufhin, dass es bei der Zerlegung des Gesamteffekts einer Preissteigerung (bzw. Preissenkung) in den Substitutions- und den (bei Preissteigerung negativen und bei Preissenkung positiven) Einkommenseffekt eine Alternative gibt zwischen

a) dem bisher praktisch ausschließlich betrachteten *Hicks Verfahren* der Zerlegung und

b) dem weniger bekannten Slutzky Verfahren.

Beim Hicks Verfahren wird eine Verschiebung der Bilanzgeraden so vorgenommen, dass die gleiche Indifferenzkurve wie bisher tangiert wird (*gleicher Nutzen*, COLI oder Lebenshaltungs*kosten*index, Abb. 3), dagegen beim Slutzky Verfahrens so dass die entsprechend verschobene Bilanzgerade durch das bisherige Haushaltsgleichgewicht geht,[42] d.h. dass *die ursprüngliche Güterkombination noch erschwinglich ist*, was bei der Hicks Zerlegung nicht der Fall ist, Abb. 4, das ist dann das *Preis*- [statt Kosten] indexkonzept nach Laspeyres).

Abb. 3: Zerlegung nach Hicks



In Abb. 3 und 4 wurde von der isolierten Veränderung *eines* Preises (von Gut 2) von 2 auf 4 ausgegangen,

Gut i	p_{i0}	p_{it}	q_{i0}	q_{it}
1	8	8	1	
2	2	4	4	

so dass die bisherige Bilanzgerade AB $q_{20} = 8 - 4q_{10}$ bei Ausgaben von $8q_1+4q_2 = 16$ gedreht wird zu A'B mit $q_{20} = 4 - 2q_{10}$, so dass gilt

wenn $q_1 = 0 \rightarrow q_2 = C/p_2 = 16/4 = 4$ (Punkt A')

(statt bisher $q_2 = 8$ bei Punkt A) und

wenn $q_2 = 0 \rightarrow q_1 = C/p_1 = 16/8 = 2$ (Punkt B)

Die Drehung der Bilanzgerade AB zu A'B ist Ausdruck der Änderung der Preisstruktur.

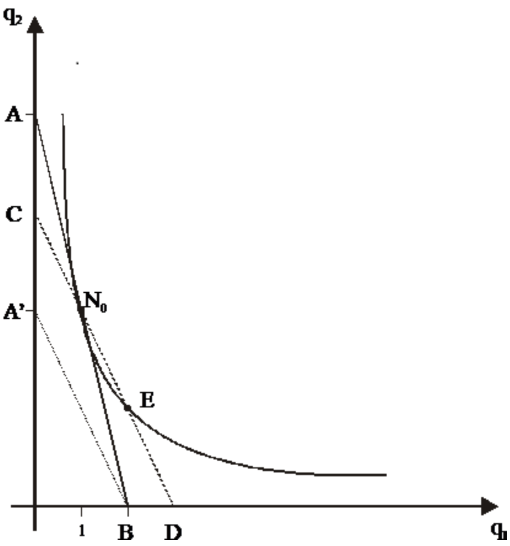
Die zur Geraden A'B parallel verschobene Bilanzgerade CD *tangiert* die Indifferenzkurve im Punkt F mit den Koordinaten $q_{1t} = \sqrt{2} = 1{,}414$ und $q_{2t} = \sqrt{8} = 2{,}828$, denn in diesem Punkt ist die Steigung der Indifferenzkurve $\frac{\partial q_{20}}{\partial q_{10}} = -\frac{U_0^2}{q_{10}^2} = -\frac{4}{2} = -2$ so wie die Steigung der Geraden

[41] Leifer 2002 und 2003 mit weiteren Angaben zu früheren Arbeiten.

[42] Genau das geschieht auch in Abschn. 7, wo ein Paradoxon für den Fall des *Besitzes* (im Unterschied zur reflektierten Möglichkeit des *Erwerbs*) eines "assets" (oder allgemein dauerhaften Gutes vorgestellt wird.

A'B. Die Ausgaben sind dann $C_t = 8 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{8} = 16 \cdot \sqrt{2}$ und die Bilanzgerade CD lautet $q_{2t} = 4\sqrt{2} - 2q_{1t} = 5{,}657 - 2q_{1t}$.

Abb. 4: Zerlegung nach Slutzky



Die Slutzky Zerlegung besteht darin, die Bilanzgerade A'B $q_{20} = 4 - 2q_{10}$ (Steigung -2!) so zur Gerden CD parallel zu verschieben, dass die bisherigen Güterkombination weiter gekauft werden kann (d.h. dass die Gerade durch den Punkt N_0 verläuft womit sie allerdings die Indifferenzkurve im Punkt E schneidet).

Die neue Bilanzgerade CD ist $q_2 = 6 - 2q_1$ (bei C ist $q_2 = 6$ und bei D ist $q_1 = 3$); es ist also nicht die gleiche Gerade wie in Abb.3, die ja lautete $q_2 = 5{,}657 - 2q_1$.

Würde man die bisherige Güterkombination ($q_{10} = 1$ und $q_{20} = 4$) auch bei den neuen Preisen kaufen, dann würde das 24 statt bisher 16 kosten. Das Verhältnis 24/16=1,5 entspricht genau dem Laspeyres Preisindex.

Man beachte, dass in Abb. 4 die "neue" Bilanzgerade (CD) die Indifferenzkurve schneidet und nicht tangiert, weil sie flacher verläuft[43] mit der Steigung von $-p_{1t}/p_{2t} = -2$. Die Steigung der Indifferenzkurve $U_0 = \sqrt{q_{10}q_{20}} = 2$ beträgt im Punkt N_0 dagegen genau - 4, denn es gilt $\frac{\partial q_{20}}{\partial q_{10}} = -\frac{U_0^2}{q_{10}^2} = -\frac{4}{1}$. Die Gerade CD schneidet die U_0 in den Punkten N_0 (mit $q_{10} = q_{1t} = 1$, $q_{20} = q_{2t} = 4$) und in E (mit $q_{1t} = 2$, $q_{2t} = 2$).[44] Das folgt aus der quadratischen Gleichung $q_1^2 - 3q_1 + 2 = 0$, die man erhält aus $U_0 = \sqrt{q_1 q_2} = 2$ (Indifferenzkurve) und (Gerade CD).

Bei der Hicks'schen Betrachtung (Abb. 3) ist der COLI (gleicher Nutzen U = 2) $C_t/C_0 = \sqrt{2} = 1{,}4142$ (gleich dem log. Laspeyres Index) und bei der Methode von Slutzky (Abb. 4; ebenfalls gleicher Nutzen U, aber auch gleiche Kaufkraft)[45] gleich dem (normalen) Laspeyres Index, der hier 24/16 = 1,5 beträgt. Der Haushalt muss die Güterkombination E kaufen damit $U_t = U_0 = 2$; er muss aber auch weiterhin N_0 kaufen können.

Das Ergebnis der Hicks'schen Betrachtung erhält man auch mit dem log. Laspeyres Index. Die Ausgabenanteile waren in 0 gleich, so dass $\alpha_1 = \alpha_2 = 1/2$ (und auch die Exponenten in der Nutzenfunktion sind wegen $q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} = \sqrt{q_1 q_2}$ gleich) dann ist $DP_{0t}^L = \sqrt{\frac{p_{1t}p_{2t}}{p_{10}p_2}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 4}{8 \cdot 2}} = \sqrt{2}$,

im Unterschied zum Index nach Laspeyres, für den man erhält $P_{0t}^L = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{8}{8}\right) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{2}\right) = 1{,}5$.

43 wegen der Verteuerung des Gutes 2. Die Steigung der Indifferenzkurve in N_0 ist gegeben durch das (bisherige) Preisverhältnis $p_1:p_2 = 8:2$. Das neue Preisverhältnis ist aber hiervon verschieden, nämlich 8:4. Die Gerade CD verläuft also flacher als die Gerade AB.

44 In E sind bei den Preisen von t die Ausgaben genauso groß wie in N_0, nämlich 24 und das Ausgabenverhältnis wäre 24/16 = 1,5 (also genau der Laspeyres Index). Ausgaben in t bei gleichem Nutzen $U_t = U_0 = 2$ kann also bedeuten: Punkt E in Abb. 3 (Hicks) oder Punkt F in Abb. 4 (Slutzky). Je nach Betrachtungsweise ist das Ausgabenverhältnis (der COLI einmal (wie oben gezeigt) $2^{1/2} = 1{,}4142$ oder der log-Laspeyres Index $DP^L = 1{,}4142$ (bei Hicks) oder der Laspeyres Index $P^L = 24/16 = 1{,}5$ (bei Slutzky).

45 "Gleiche Kaufkraft" heißt im Sinne der Slutzky Zerlegung: die ursprüngliche optimale Güterkombination ist gerade noch erschwinglich.

6. Der dem COLI entsprechende Mengenindex

Dem Laspeyres-Preisindex liegt die Überlegung zugrunde, wie eine beobachtete Ausgabensteigerung (Wertindex) in eine Preis- und Mengenkomponente zerlegt werden könnte. Dem Modell des COLI liegt offenbar nicht eine vergleichbare Zerlegung in zwei Komponenten zugrunde und ein "wahrer" Mengenindex (so wie es einen "true" "*cost* of living index" gibt) ist der Betrachtung nicht zu entnehmen[46], weil bei konstantem Nutzen ja auch keine "Mengen"veränderung stattgefunden hat.

> Wenn der COLI nicht ein Wertindex (Verhältnis tatsächlicher Ausgaben), sondern ein Preisindex sein soll, fragt es sich, was dann als "Mengenindex" gelten soll.

Die ökonomische Theorie der Indizes ist in diesem Punkte leider nicht sehr klar. Beim COGI sind "Mengen" einfach die beobachteten Gütermengen, aber was sind "Mengen" beim COLI wenn es um den gleichen Nutzen (kardinal messbar) geht?

Ragnar Frisch verwendete in einem Übersichtsartikel (Frisch 1954) viel Mühe darauf, gleich eingangs zu erklären, warum er von einem "price of living" und nicht, wie sonst in der ökonomischen Theorie der Indexzahlen üblich, von einem "cost of living" Index sprechen möchte. Er unterscheidet "three economic magnitudes: its quantity, its price, and ... the amount spent, ... obtained by multiplying the quantity by the price" (S. 407). Sein *Preis*-index, der somit kein *Wert*-index sein soll, soll die Frage beantworten "what the expenditure is that would make it possible for the family to reach in the cheapest possible way the same level of satisfaction as before"[47] (S. 410). Aber wenn dieser Ausgabenvergleich zum Preisindex führt, wie ist dann ein Mengenindex definiert, der nicht per definitionem 1 ist? Das Problem ist nämlich, dass ein solcher Index in dem Aufsatz überhaupt nicht auftritt.

Prinzipiell gibt es im Rahmen der ökonomischen Indextheorie die folgenden Möglichkeiten der *Herleitung eines (ökonomischen) Mengenindexes*

1. als Quotient aus Wertindex V_{0t} und Preisindex (also auf eine *indirekte* Art), was im Fall des COLI als Preisindex zu einem Maß der Nutzenveränderung führt, oder
2. eine *direkte*, evtl. auf eine ganz andere mikroökonomische Überlegungen beruhende Herleitung aus einer Theorie des Mengenindexes (bezugnehmend auf eine Nutzenfunktion).

Die erste Methode beruht darauf, dass man den allein auf empirische Daten beruhenden Wertindex (Verhältnis der *tatsächlichen* Lebenshaltungskosten) $V_{0t} = \Sigma p_t q_t / \Sigma p_0 q_0$ durch einen Preisindex P dividiert. Der Mengenindex ist dann als "Kofaktor" oder "Faktorantithese" (Irving Fisher) eines Preisindexes hergeleitet. Dabei kann der Preisindex

- der *true* cost of living index P^{CU} sein, so dass V_{0t} / P^{CU}_{0t} der "wahre" (ökonomische) Mengenindex wäre, oder

[46] Das ist eines der Argumente von Neubauer (1995 b, S. 10 f): für ihn ist der COLI kein Preisindex, sondern ein Kostenindex, und es gibt keinen hierzu passenden Mengenindex.

[47] Man beachte, dass diese Formulierung eigentlich genau zur üblichen Definition des "true *cost* of living" Index zutrifft. Es bleibt also sehr unklar was Frisch mit einem "*price* of living" Index gemeint haben könnte. Eine aus einer Optimierung gewonnene Ausgabe (im Unterschied zu einer tatsächlichen Ausgabe) nennt er "choice adapted". Der Fall, dass *beide* Ausgaben nicht choice adapted sind, ist nicht vorgesehen. Ein Unterschied zwischen dem beobachteten (?) Wertindex und dem Preisindex, der als Mengenindex aufzufassen wäre, existiert bei dieser Betrachtung nur als ein Maß für diejenige Preissteigerung, die P^L zu viel und P^P zu wenig ausweist. Frisch macht zwar ausdrücklich darauf aufmerksam, dass die theoretischen Ausgaben nicht den entsprechen müssen, letztere spielen aber in der ganzen Betrachtung nur eine Rolle um zu zeigen, dass P^L eine Ober- bzw. P^P eine Untergrenze des "wahren" Preisindexes darstellen, weil jeweils nur eine der beiden Ausgaben (etwa die von 0, nicht aber die von t) choice adapted ist. Die Frage ob nicht in der Praxis beim empirischen P^L auch die Ausgaben zur Basiszeit (Nenner) und beim empirischen P^P auch die Ausgaben zur Berichtszeit (Zähler) in der Regel nicht choice adapted sind scheint eine Frage zu sein, die man üblicherweise nicht stellt.

- ein Deflator, der aus einer speziellen ökonomischen Theorie der Deflationierung zu entwickeln wäre.

Was die zweite Vorgehensweise betrifft, so ist keine passende mikroökonomische Mengenbetrachtung in Analogie zur Preisbetrachtung P^{CU} bekannt. Beide Möglichkeiten sind nicht unproblematisch. [48] Für den gesuchten Mengenindex aus der Division V_{0t}/P_{0t}^{CU} ergeben sich außerdem zwei Möglichkeiten, wenn Gl. 5 für den Wertindex V_{0t} gilt:

$$\text{(12)} \quad V_{0t} = \frac{C(t,t)}{C(0,0)} = \frac{C(0,t)}{C(0,0)}\frac{C(t,t)}{C(0,t)} = P_{0t}^{CU}(U_0)Q_{0t}^{CU}(\mathbf{p}_t) \text{ und}$$

$$\text{(12a)} \quad V_{0t} = \frac{C(t,t)}{C(0,0)} = \frac{C(t,t)}{C(t,0)}\frac{C(t,0)}{C(0,0)} = P_{0t}^{CU}(U_t)Q_{0t}^{CU}(\mathbf{p}_0).$$

In Gl. 12 finden wir mit $Q_{0t}^{CU}(\mathbf{p}_t) = C(t,t)/C(0,t)$ einen Mengenindex zur Messung der Nutzenveränderung $U_0 \Rightarrow U_t$ auf der Basis aktueller Preise $\mathbf{p}_t$ (Paasche Konzept für den Mengenindex) und in Gl. 12a ist quasi ein Laspeyres Mengenindex $Q_{0t}^{CU}(\mathbf{p}_0)$ der Kofaktor des Paasche COLI auf den Basis von U_t also $P_{0t}^{CU}(U_t)$. Es gilt also auch hier wie beim Produkttest in der axiomatischen Indextheorie:

Der beobachtete Wertindex ist das Produkt aus dem
1. (theoretischen) COLI-Preisindex nach Laspeyres $P^{CU}(U_0)$ und dem (theoretischen) Mengenindex nach Paasche $Q^{CU}(\mathbf{p}_t)$, oder umgekehrt das Produkt aus
2. dem Paasche Preisindex $P^{CU}(U_t)$ und dem Laspeyres Mengenindex $Q^{CU}(\mathbf{p}_0)$.

Angenommen man könnte einen Mengenindex als Maß der Nutzenveränderung direkt (originär) berechnen, ist dann

- ein solcher Index kompatibel mit einem, wie auch immer aus einer Nutzenfunktion z.B. Gl. 7a hergeleiteten Mengenindex, wie etwa $DQ_{0t}^{L} = \left(\frac{q_{1t}}{q_{10}}\right)^{\alpha_1}\left(\frac{q_{2t}}{q_{20}}\right)^{\alpha_2}$, dem logarithmischen-Laspeyres Mengenindex? Und ist
- der Kofaktor V_{0t}/Q_{0t} dieses Mengenindexes Q_{0t}, der dann ja ein Preisindex sein muss, identisch mit
  - ∗ dem COLI als Verbraucherpreisindex
  - ∗ dem Deflator des Privaten Verbrauchs in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung
  - ∗ einem Erzeugerpreisindex für Konsumgüterproduzenten?[49]

Es bleibt festzuhalten, dass Inhalt und Operationalisierung des Konzepts eines "ökonomischen" Mengenindexes unklar bleibt. Der COLI als *Preis*-index wird üblicherweise als Kostenindex operationalisiert unter der Annahme, dass der Nutzen in beiden Perioden 0 und t gleich ist, also unter diesen Voraussetzungen der theoretische Mengenindex den Wert 1 annimmt.

[48] Diese Art der Herleitung eines Mengenindexes dürfte besonders problematisch sein, weil hier Größen miteinander kombiniert werden, die sich auf einen unterschiedlichen Kontext beziehen. In die Unterschiedlichkeit von V_{0t} gegenüber P^{CU} geht auch ein, inwieweit die Haushalte ihr Optimum verfehlt haben.

[49] Auf die (theoretische) Möglichkeit einen Mengenindex im Sinne von Gl. 12 und 2a hat auch Diewert 2000 hingewiesen und ebenso auch auf die nicht selbstverständliche Kompatibilität der verschiedenen oben genannten direkten oder indirekten (mit V_{0t}/Q_{0t} hergeleiteten) Preisindizes.

Exkurs: Banerjee's COLI

Auf dieser Basis (Konstruktion eines Preisindexes so, dass der "dazugehörige" Mengenindex 1 ist)[50] ermittelte beispielsweise K. S. Banerjee ein Paar von economic-theory indices

- als Preisindex (COLI) mit der Formel $P_{0t}^{BA2} = \frac{P_{0t}^{P}\left(P_{0t}^{L}+1\right)}{P_{0t}^{P}+1} = \frac{V_{0t}}{Q_{0t}^{ME}}$ und[51]
- $Q_{0t}^{BA2} = \frac{Q_{0t}^{P}\left(Q_{0t}^{L}+1\right)}{Q_{0t}^{P}+1} = \frac{V_{0t}}{P_{0t}^{ME}}$ als "ökonomischer" Mengenindex.[52]

Die Indizes sind die "Faktorantithesen"[53] der Indizes von Marshall und Edgeworth P^{ME}, Q^{ME} bei denen bekanntlich Preise mit dem arithmetischen Mittel der Mengen q_{i0} und q_{it} gewichtet werden und entsprechend Mengen mit dem ungewogenen arithmetisch gemittelten Preisen p_{i0} und p_{it}). Ausgehend von dem Gedanken:

"if two situations (vectors of quantities q_0, q_t) are equivalent (on the same indifference curve) a true quantity index should be unity"

glaubte Banerjee einfach durch die Umkehrung dieses Zusammenhangs zu einem COLI gelangen zu können:

if the quantity index ... is equal to unity, it would imply that the standards of living ... in the two situations are the same" (Banerjee 1977, p. 23).

Die Formel P_{0t}^{BA2} ergibt sich in dem man den Wertindex hiermit gleichsetzt, also $V_t/V_0 = P_{0t}^{BA2}$, wobei sich für die Größen V_t und V_0 in Banerjees Theorie ergibt $\frac{V_t}{V_0} = \frac{1+P_{0t}^{L}}{1+\left(P_{0t}^{P}\right)^{-1}}$.

Das alles ist wenig überzeugend, zumal hier die Bestimmung eine COLIs auch ohne jede Bezugnahme auf eine Nutzenfunktion möglich ist (!!). Hinzu kommt, dass P^{BA2} und Q^{BA2} (jedoch anders P^{BA1} und Q^{BA1}) nicht linear homogen in den Preisen bzw. Mengen sind[54].

7. Asset inflation , eine Paradoxie des COLI

Es kann keine Frage sein, dass der COLI auch Preise von ebenfalls (wie Verbrauchsgüter) nutzenstiftenden Vermögensgüter umfassen muss, weil sich Preisänderungen in diesem Bereich auch auf die Dispositionen der Haushalte auswirken und zwar nicht nur auf den Kauf von Vermögensgütern, sondern auch auf Käufe aller anderen Güter. Denn durch Preissteigerung bei Vermögensgütern (asset inflation) verändert sich das vom Haushalt gehaltene Vermögen bewertungsbedingt und nutzenmaximierende Haushalte werden hierauf reagieren (ein in der Wirtschaftstheorie unter dem Namen "Vermögenseffekt" bekannter Zusammenhang bei der Erklärung der [Konsum] Ausgaben von Haushalten).

---

50 Er gewann die nachstehenden Formeln dadurch, dass er einen Parameter für die Mengenänderung in seinen Gleichungen nach dem "factorial approach" gleich Null setzte.

51 ME steht für Marshall/Edgeworth

52 Die Schreibweise P^{BA2} und Q^{BA2} ist gewählt worden, um diese Indizes von einem ersten Paar von Indizes, das ebenfalls aus dem factorial approach hergeleitet worden ist, zu unterscheiden.

53 $P^* = V/Q$ ist die "Faktorantithese" (Sprechweise von Irving Fisher), von Q (oder der zu Q gehörende "indirekte Preisindex" oder Kofaktor-Preisindex), wenn P^* multipliziert mit Q den Wertindex V ergibt.

54 Anders als P^{BA2} und Q^{BA2} können jedoch die Indizes P^{BA1} und Q^{BA1} völlig unsinnige, nämlich negative Werte annehmen, dann nämlich wenn bei P^{BA1} für das Intervall von 0 bis t der Preisindex (entsprechend bei Q^{BA1} der Mengenindex) von Laspeyres über 100% und der von Paasche unter 100% ist oder umgekehrt.

Das Standardargument gegen diese Ausweitung des Definitionsbereichs eines zur Inflationsmessung benutzten Verbraucherpreisindexes ist, dass dieser Index dann Zinsen enthält, die andererseits ja auch eine Ziel- oder Wirkungsgröße der Geldpolitik darstellen. Die Notenbank kann nicht zur Steuerung einer Variablen (wie das Zinsniveau) einen Maßstab heranziehen, der von eben dieser Variable abhängt.[55] Andererseits lösen Veränderungen von asset prices (z.B. Immobilienpreisen) bei gegebener Nutzenfunktion ein Umdisponieren der Nachfrager aus, ganz ähnlich wie dies auch bei einer Veränderung der Einkommen der Fall wäre.[52]

Das Problem bei einer Zunahme (Abnahme) von Immobilienpreisen (Haus- oder Wohnungseigentum) ist, dass sie in puncto "Nutzen" (Haushaltsgleichgewicht) unterschiedlich wirkt

- für den, der keine Immobilie besitzt zeigt der Preisindex stets in die richtige Richtung: auf steigende Preise wird er mit einem Steigen des Preisniveaus reagieren und auf sinkende Preise mit einem Sinken
- aber ein Haus*besitzer* steht sowohl nach einem Ansteigen als auch nach einem Sinken der Immobilienpreise wirtschaftlich besser da; bei einem Sinken der Preise würde er zwar für sein Haus weniger bekommen, aber er kann auch abwarten, er *muss nicht verkaufen weil er besitzt*, d.h. in seinem Haus wohnen bleiben kann; und er kann statt dessen jetzt billiger Wohnraum hinzukaufen.

Für den Nichtbesitzer zählt in beiden Fällen (steigende und sinkende Preise) die Möglichkeiten (Bedingungen) des Kaufens, für den Besitzer einmal (wie beim Nichtbesitzer) das Kaufen, einmal aber auch der Wert des Besitzes (d.h. die Möglichkeit des Verkaufens).

Der COLI muss für Besitzer und Nichtbesitzer von Immobilien anders ausfallen. Für Besitzer muss er in *jedem* Fall (steigende und sinkende Preise) ein Sinken des Preisniveaus anzeigen (größerer Nutzen des Besitzes bzw. geringerer Aufwand für den Erwerb/Nutzen).[56]

Auf diese Paradoxie (aus Sicht eines Preisindexes) hat David Friedman[57] hingewiesen und wir haben seine Herleitung (auch mit Indifferenzkurven[58] und Nutzenmaximierung) ausführlich dargestellt in v. d. Lippe 2003. Entscheidend für "das Wohnraum-Paradox"[59] ist: "Nach der Preisveränderung können Sie sich noch immer entscheiden, dasselbe Bündel zu konsumieren, da Ihnen das Haus bereits gehört, also kann es Ihnen als Folge der Preisveränderungen jedenfalls nicht schlechter gehen".[60] Die Konsequenz für den COLI könnte eigentlich nur sein: die Theorie (das zugrundegelegte Optimierungskalkül) passt eigentlich nur auf den Fall von Haushalten, die keinerlei Vermögenswerte besitzen. Wenn dann aber der COLI auch Preise für Vermögensgüter enthalten soll (z.B. zwecks theoretisch gewünschter Einbeziehung der

[55] Strebt sie im Rahmen einer Inflationsbekämpfung eine Anhebung des Zinsniveaus an, dann könnte ein Zinsen enthaltendes Inflationsmaß fälschlich eine mangelhafte Wirksamkeit der Inflationsbekämpfung anzeigen, weil der Index aufgrund steigender Zinsen ansteigt, also mehr Inflation signalisiert. Zentralbanken sind deswegen vom Gedanken der asset inflation meist nicht begeistert, während umgekehrt Anhänger der ökonomischen Indextheorie die Einbeziehung von Preisen des Vermögensbestands nicht nur sinnvoll finden, sondern konsequent auch fordern müssen, weil Veränderungen dieser Preise eine Veränderung der Preisstruktur bedeutet.

[52] Will man dem Argument begegnen, die Präferenzen der Haushalte hängen auch vom (meist gar nicht wirklich realisierten) Wert des Vermögens ab, dann müsste man auch hier mit *bedingten* (conditional) COLIs operieren.

[56] Weil der *Besitzer* in beiden Fällen profitieren kann, muss der COLI auch *in beiden Fällen abnehmen*, also anzeigen, dass sich der Haushalt mehr Nutzen für das gleiche Geld (und damit den gleichen Nutzen für weniger Geld) beschaffen kann, was in der Tat "paradox" genannt werden kann. Eine derartig paradoxe Reaktion des Indexes auf Preisbewegungen ist bei keinem anderen Preisindex möglich.

[57] D. Friedman 2001, S.57

[58] auf der einen Achse "q_1 = Geld, das für alle übrigen Güter ausgegeben wird" und auf der anderen Achse (Ordinate) "q_2 =Menge an Wohnraum".

[59] Friedman, a.a.O., S. 65.

[60] Friedman a.a.O, S.60

asset inflation), so reagiert der COLI angemessen nur für den Fall, dass der Haushalt ein Vermögensgut erst erwerben möchte, nicht aber sobald der Erwerb stattgefunden hat.

Wird andererseits die Zunahme des Nutzens trotz steigende Immobilienpreise für die (im COLI mit eingeschlossenen) Hausbesitzer durch eine (paradox erscheinende) Abnahme des COLI´s nicht zum Ausdruck gebracht, so könnte man sagen, dass ein (theoretisch korrekt konstruierter) COLI die Teuerung übertreibt[61], ein Vorwurf der bislang üblicherweise dem traditionellen Laspeyres Index P^L gemacht wurde.

8. Einkommensausgleich und Geldwert (Kaufkraft des Geldes)

a) Einkommensausgleich als Ziel

Was die ökonomische Theorie der Indexzahlen für viele so faszinierend macht, ist der Gedanke, dass die Bezugnahme auf den "gleichen Nutzen" statt auf "gleiche Mengen" offenbar eher dem entspricht, was das Ziel der Messung sein sollte und offenbar auch mehr im Einklang damit steht, wie eine Preissteigerung von einem Haushalt tatsächlich empfunden wird. Der ursprüngliche Gedanke bei solchen Betrachtungen ist sicher der des Einkommensausgleichs bei Preissteigerungen: es geht um die Frage der "angemessenen" Entschädigung eines Haushalts bei Inflation, und zwar so dass er real (hinsichtlich seines Nutzens) möglichst genauso gut da steht, wie vor der inflationären Preissteigerung.

Es erscheint dann in der Tat fair, wie in Abschn. 3 gezeigt, das Einkommen eines Konsumenten um *weniger* als es dem Laspeyres Index entspricht aufzubessern, *wenn* eine Substitution möglich ist, und es dem Haushalt *zuzumuten* ist, sein Konsumverhalten entsprechend umzustellen.

Wir halten diese Zielsetzung und die vermeintliche Lösung in Gestalt der COLI-Theorie gleichwohl nicht für fruchtbar und zwar aus den folgenden drei Gründen:

- Die Fragestellung mag in der Theorie einleuchtend erscheinen, in der Praxis läuft sie aber darauf hinaus, eine "gerechte" Entschädigung festzulegen, also eine *normative*, letztlich *politische* Entscheidung zu treffen, die stets – wie immer sie ausfällt - umstritten sein wird[62], und offensichtlich steht und fällt mit "Nutzen"- Erwägungen.
- Wenn aber Fragen der Zumutbarkeit, Gerechtigkeit usw. "gelöst" werden mit Annahmen hinsichtlich des "gleichen" Nutzens ("genauso gut dastehen"), dann läuft das – wie gesagt – im Prinzip darauf hinaus, statt ein Problem (Nutzenmessung) zu lösen, anzunehmen, es sei gelöst (Annahme einer gegebenen Nutzenfunktion)[63]
- Es ist fraglich, was diese COLI Inflationsrate der Geldpolitik nützen sollte, wenn in sie auch (ideelle) Aspekte der allgemeinen Zunahme des Wohlstands eingehen (oder zumindest theoretisch eingehen sollten), wie z.B. der medizinische Fortschritt, oder die Abnahme der Kriminalität usw.?[64]

[61] Das gilt umso mehr, je mehr Haushalte durch steigenden Wohlstand in den Genuss von Vermögen, wie z.B. Immobilien kommen. Es ist bei allen diesen Ungereimtheiten unverständlich, warum sich Friedman trotzdem vehement für den COLI und gegen den Laspeyres Index P^L ausspricht, denn für ihn gilt: "Preisindizes nach Paasche und Laspeyres sind fachliche Kinkerlitzchen, die für fast niemanden von Bedeutung sind außer für Statistiker..." (S. 57).

[62] Entscheidend ist für uns auch der folgende Aspekt: es tut der amtlichen Statistik nicht gut, sich ohne Not bei derartigen Fragen als Schiedsrichter anzubieten. Darauf bezieht sich auch das folgende Zitat von Pollak.

[63] In Abschn. 9 zeigen wird, dass die überzogene Kritik am Laspeyres Index in den USA auf der Basis der COLI - Theorie ein abschreckendes Beispiel dafür ist, was aus einer interessanten, aber nicht operationalen Theorie gemacht werden kann, die entscheidend von der eleganten und wenig hilfreichen Voraussetzung ausgeht, man könne fundiert darüber urteilen, was mehr oder weniger "Nutzen" stiftet.

[64] Konkret: Kann man die Zinsen senken, weil man jetzt besser Aids bekämpfen kann?

Der erste Aspekt wird deutlich angesprochen in dem folgenden Zitat von Pollak aus dem Journal of Economic Perspectives (1998):

> The technical problems of the CPI intersect the political problems of taxation, intergenerational efficiency, and intergenerational equity because the CPI is used to index tax brackets and various payments, including Social Security and the pensions of retired federal workers. Even in a world with a single, homogeneous consumption good and thus a world with no index number problems to complicate measuring the rate of inflation, society would face the threshold public policy question of whether to maintain the real value of the benefits of retired workers (by linking benefits to the consumption goods) or to allow the real value of benefits to vary (for example, by linking benefits to the wages of active workers). The question is political, and the answer must be political.
>
> The credibility of the CPI depends on the perception that it is not being manipulated as a policy instrument, as CPIs have sometimes been in other countries. Given the combination of theoretical and empirical uncertainties about how the CPI should be modified, and the political environment in which there is little trust in government or in experts, I urge caution in modifying the CPI. There is a risk that modifying the CPI, even in directions that are warranted on scientific grounds, will weaken the credibility of the index. Credibility depends not only on what is done to the CPI, but how it is done and who does it."

Vor diesem Hintergrund ist festzuhalten:

- Mit dem COLI wird ein normatives (Wert-) Urteil (gerechte Kompensation) gefällt
- der Ausgangspunkt ist eine als gegeben oder bekannt anzunehmende Nutzenfunktion, was in Wahrheit aber das eigentlich zu lösende Problem darstellt und
- die praktische (als Handlungsanleitung für die Politik) Verwertbarkeit des COLI ist fraglich: ist es für die Geldpolitik fruchtbar, wenn Inflationsmessung mit Wohlfahrtsmessung in Verbindung gebracht wird, so dass quasi bei einer Zunahme des Wohlstands etwas von der Inflationsrate abgezogen werden müsste um zur "wahren" Inflationsrate zu gelangen?

Weil der Ausgangspunkt beim COLI *theoretisch* eine (fiktive) Ausgabeänderung ist, in der Realität (also *praktisch*) aber immer nur eine tatsächliche Ausgabeänderung zu beobachten ist, sollte man bei Verbrauchsänderungen der Haushalte unterscheiden können zwischen

Verbrauchsänderungen (-einschränkungen)

- angebotsseitig induziert
- nachfrageseitig induziert
  Anpassung an
  - steigende Preise,
  - geänderte Präferenzen,
  - sinkende Realeinkommen*

* teils wegen sinkender Nominaleinkommen, teils wegen steigender Preise

Aber genau diese Unterscheidungen empirisch zu treffen dürfte kaum möglich sein. Nicht jede Form eines Minderkonsums sollte geldpolitischen Handlungsbedarf auslösen, sondern nur der Minderkonsum *bei steigenden Preisen*. Umgekehrt kann es nicht als Erfolg der Inflationsbekämpfung gewertet werden wenn der Konsum steigt, nicht weil die Preise weniger sinken, sondern weil die Nominaleinkommen steigen.

b) Konstanter Geldwert

Wenn sinkender Geldwert heißt "weniger Güter" bei gleicher Menge Geld, dann fragt es sich

- was hier "Güter" und
- was hier "weniger" heißt.

Zu 1:

Der Geldwert bezieht sich auf weniger *Güter* für das gleiche *Geld* (also Güter, die man kaufen kann) nicht auf mehr oder weniger von "etwas Gutem", das man vielleicht gar nicht gegen Geld erhält.[65].

Es ist üblich, sich auf Konsumgüter, genauer: auf Güter des privaten Verbrauchs zu beschränken. Aber ausgehend vom "Nutzen" besteht eine starke Neigung, diese Beschränkung aufzuweichen[66]. So wird z.B. gefordert (vgl. Abschn. 7), auch investive Güter (Geld- und Sachkapital), den kollektiven Konsum und andere tatsächliche und unterstellte Ausgaben[67] (nicht nur der Privaten Haushalte) in den Preisindex einzubeziehen, der Indikator der Inflation sein soll.

Zu 2:

Bei *einem* Gut ist das einfach[68], aber nicht bei einem Warenkorb, also bei *mehreren* verschiedenen Gütern, oder gar (wie bei Kettenindizes) bei einem Vergleich von Ausgaben, der sich auf mehrere Warenkörbe beziehen. Um hier eindeutig von "mehr" oder "weniger" sprechen zu können ist darauf zu achten, dass ein reiner Preisvergleich vorgenommen wird.

Es ist ohne Zweifel viel schwieriger, bei einer Vielzahl von Warenkörben unterschiedlicher Struktur (also z.B. bei Kettenindizes) zu beurteilen, welche "Menge" den Ausgaben gegenübersteht also von steigenden Ausgaben darauf zu schließen, dass man offenbar mit dem gleichen Geldbetrag weniger "Menge" erhält (weil es ja nicht Ausgaben für *dieselben* Mengen sind). Das gilt auch für einen Vergleich von Durchschnittswerten (unit values) $\tilde{p} = \Sigma p_i q_i / \Sigma q_i$ (die nicht nur von den Preisen sondern auch von der Struktur der Mengen $q_1, q_2, \ldots, q_{ni}$ abhängen) oder für den Versuch die Entwicklung von Durchschnittswerten mit dem Stand eines Indexes zu vergleichen und daraus eine angeblich korrektere Inflationsrate bestimmen zu wollen, oder daraus eine mögliche "Übertreibung" in den amtlichen Preisnotierungen feststellen zu wollen[69].

Weil Eindeutigkeit bei der Frage nach "mehr" oder "weniger" gefordert ist, ist auch bei der Geldwertmessung der Gedanke des reinen Preisvergleichs implizit mitgedacht. Aber die im folgenden kritisch referierte Diskussion in den USA spricht dafür, dass man offenbar den Sinn des Prinzips des reinen Preisvergleichs nicht mehr überall versteht und deshalb leichtfertig das Prinzip über Bord wirft, was übrigens auch bei den Kettenindizes der Fall ist, die sich in letzter Zeit leider aufgrund internationaler Empfehlungen durchgesetzt haben. Die Forderung

[65] Aber auch bei solchen Einschränkungen ist es keineswegs selbstverständlich, dass man von (tatsächlichen oder fiktiven) Ausgabeänderungen auf eine Veränderungen des Geldwerts schließen kann Vgl. oben Abschn. 4 zu den implizit bei solchen Schlüssen gemachten Voraussetzungen. Es ist z.B. einleuchtend, dass man nur eine "offene-" oder "Preisinflation" mit einem Preisindex messen kann, nicht eine zurückgestaute Inflation.

[66] Auch beim Konzept "Nutzen" ist die Neigung groß, Grenzen zu sprengen, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird. So wird z.B. in der ökonomischen Theorie der Indexzahlen auch versucht, mit einem Nutzenmaximierungsmodell des Haushalts simultan die Struktur des Güterverbrauchs und des Vermögens in Abhängigkeit von Preisen und Zinsen sowie des Arbeitsangebots in Abhängigkeit von den Löhnen zu erklären. Aber was für einen Sinn sollte ein Index haben, der Preise, Zinsen und Löhne enthält?

[67] Wir halten eine solche grenzenlose Ausweitung des Begriffs der "Güter" für eine verfehlte Betrachtungsweise. So wenig es Sinn macht, vom Geldwert in Bezug auf Marmelade zu sprechen, so wenig macht es Sinn, vom Geldwert in Bezug auf *irgendwelche* Güter zu sprechen. Was mit "Güter" gemeint ist, muss irgendwo in der Mitte zwischen diesen Extremen liegen.

[68] Natürlich ist auch das nur auf den ersten Blick richtig. Man kann, wie in der Preisstatistik üblich, argumentieren, dass z.B. verschiedene Ausführungen (Qualitäten), Kauforte, Kauf- und Zahlungsbedingungen usw. bei dem gleichen einen Gut wie ein Fall mehrerer verschiedener Güter zu behandeln ist.

[69] Die Boskin Kommission hat aber genau das wiederholt getan und z.B. das Ausmaß einer (angeblichen) Verzerrung (bias) der Mietpreise im US-Verbraucherpreisindex (Teilindex für Mieten) durch Vergleich der Indexveränderung mit der von Durchschnittswerten geschätzt, als ob Durchschnittswerte und nicht Indizes das wahre Maß der Teuerung wiedergeben.

des reinen Preisvergleichs sollte der Leitgedanke der Preisstatistik sein. Sie ist fundamental für die Durchführung aussagefähiger Preisnotierungen, sie steht hinter der Unterscheidung zwischen echten und unechten (infolge Änderung der preisbestimmenden Merkmale, z.B. aufgrund einer Qualitätsveränderung) Preisbewegungen.

9. Der Maßstab "Nutzen" veranlasst zu Mutmaßungen über fiktive Nutzengewinne

Wie ungeeignet die Bezugnahme auf den "Nutzen" ist, wird auch deutlich, wenn man bedenkt, zu welchen Perversionen des Denkens dies Ende der 90er Jahre in den USA bei einer Diskussion über die angebliche "Übertreibung" der Inflation durch einen Laspeyres-Index geführt hat[70]. Einer dort eingesetzten Kommission zur Beratung des Finanzausschusses des U.S. Senats unter Leitung von Michael Boskin (sie sei daher einfach "Boskin Kommission" genannt) ist es gelungen, unter völliger Missachtung des Prinzips des reinen Preisvergleichs und bei grenzenloser Begeisterung für den COLI Ansatz praktisch alle bis dahin geltenden Grundgedanken der Preisstatistik auf den Kopf zu stellen. Die Kommission glaubte feststellen zu können, dass der U.S. Verbraucherpreisindex (CPI) die folgenden Fehler (oder Verzerrungen, "biases") besitze, die alle darauf hinauslaufen, dass er eine zu hohe Preissteigerung ausweise, weil er

1. nicht berücksichtigt, dass die Haushalte ihren Verbrauch ändern, in dem sie billiger werdende (oder sich weniger verteuernde) Produkte relativ mehr und teuerer werdende (oder sich mehr verteuernde) Produkte relativ weniger nachfragen (**substitution bias**)[71],
2. nicht oder nicht rechtzeitig berücksichtigt, dass die Haushalte zu neuen billigeren Geschäften übergehen (**outlet bias**), und das gleiche gilt für
3. das Aufkommen neuer Produkte, die meist Produkte ersetzen, die eher weniger Nutzen stifteten und teuerer waren als die neuen (**new product bias**), und schließlich übertreibt der CPI, weil er
4. Qualitätsverbesserungen nicht oder nicht angemessen durch entsprechende Abschläge am Preis berücksichtigt (**quality change bias**).

Es ist überraschend und nicht einfach zu verstehen, warum die Punkte 1 bis 3, also das Festhalten an einem Wägungsschema und an einer Auswahl von Waren und Geschäften, was alles im Interesse des reinen Preisvergleichs geschieht, ausgerechnet ein "Fehler" sein soll, dass aber andererseits auch in dieser Betrachtungsweise, die in der Tat alles auf den Kopf stellt,

[70] Dabei ist zu bedenken, dass früher der Verbraucherpreisindex in den USA (nach der Formel von Laspeyres) nur etwa alle zehn Jahre aktualisiert wurde und dass in den USA die Indexierung von Sozialleistungen, Steuertarifen usw. sehr weit verbreitet ist (womit an sich schon eine Überforderung eines Indexes verbunden ist). Der eigentliche politische Hintergrund der Anfeindungen der Laspeyres-Formel war aber wohl das Bestreben, die Inflation "herunterzurechnen", Sozialleistungen zu kürzen und das Staatsdefizit zu verringern. Am Ergebnis, die Inflation sei "richtig gerechnet" eigentlich viel geringer als man bisher glaubte, bestand großes politisches Interesse und leider haben sich - wie das in solchen Fällen leider wohl immer so ist - gleich ganze Heerscharen von Wissenschaftlern bemüht, dieses Ergebnis zu liefern.

[71] Das ist auch die übliche Begründung dafür, dass z.B. der Laspeyres Index in der Regel zu einem größeren Zahlenergebnis führt als die Formel von Paasche, Fisher usw. Das Problem dabei ist, dass freiwillige, allein von Preisänderungen ausgelöste Substitutionen bei gleichem Nutzen nicht von anderen Substitutionen zu unterscheiden sind, weshalb eine solche gedankliche Konstruktion nicht sehr hilfreich ist. Ein beliebtes Missverständnis von Ergebnissen der "ökonomischen Theorie" ist auch der Glaube (dem auch die Kommission anhing), man habe das Problem der Nutzenmessung gelöst oder geschickt umgangen, indem man einen superlativen Index (etwa die Formel von Fisher oder Törnqvist) verwendet. Das hinderte jedoch die Kommission nicht daran, gleichwohl viele (mehr oder weniger gefühlsmäßige) Nutzenerwägungen anzustellen, aus denen dann Übertreibungsvorwürfe abgeleitet wurden.

das Problem der Berücksichtigung von Qualitätsveränderungen erscheint, das man von der Theorie des reinen Preisvergleichs her kennt.

Der Grund ist, dass diese Berücksichtigung mit einem anderen Motiv geschieht: nicht um Vergleichbarkeit von Preisen der gleichen Ware sicherzustellen (wozu auch, wenn die Warenauswahl laufend geändert werden kann?), sondern um den Haushalten – ganz im Sinne des COLI Gedankens – einen gestiegenen Nutzen entgegenhalten zu können.

Es ist dann z.B. auch konsequent zu fordern, die Grenzen zu sprengen, die eine Güterklassifikation oder überhaupt der Begriff des "Gutes" dem Preisstatistiker auferlegt und die das Konzept "Nutzen" eigentlich gar nicht respektiert. So forderte z.B. die Kommission zu berücksichtigen, dass

- teuere *Operationen* (Dienstleistungen) jetzt oft durch billigere medikamentöse Behandlungen (Medikamente als Sachgüter) ersetzt werden können,
- das Essen in *Restaurants* sich deshalb eigentlich nicht so sehr verteuert habe, wie es die Preise vermuten lassen, weil es billiger geworden sei, sich selbst zu Hause durch Fertiggerichte und Tiefkühlkost zu versorgen, oder dass
- *Benzinpreise* sich nicht wirklich so verteuert haben, weil man jetzt ja bequem mit der Scheckkarte zahlen kann, ferner heißt es, der CPI (U.S. Verbraucherpreisindex)
- trage nicht dem Umstand Rechnung, dass man statt teurer *Kino- und Theaterbesuche* viel billiger ein home video ansehen könne, und - ein letztes Beispiel[72] - dass
- die Erhöhung der *Buchpreise* den wahren Anstieg des Preisniveaus übertreibe, weil man ja auch mit weniger Aufwand und dem gleichen Nutzen das Buch in der Leihbibliothek erhalten kann oder im Internet "downloaden" kann.

Man könnte das beliebig fortsetzen. Sicher könnte man auch Gründe finden, die dafür sprechen, dass ein Spaziergang in der Nähe des Wohnorts und ein Aufenthalt auf dem Balkon den gleichen Nutzen stiftet wie ein teurer Urlaub im Ausland, so dass ein Preisindex, der Urlaubsreisen im Warenkorb enthält, natürlich die Preissteigerung "übertreibt".

Genau genommen wäre auch für ein Auto, das vorwiegend durch eine schöne Landschaft fährt, ein niedrigerer Preis (weil höherer Nutzen) anzusetzen als für das gleiche Auto, das vor allem im Stadtverkehr genutzt wird und viel im Stau steht[73], womit dann die Grenzen von "Gütern" völlig verwischt werden. Wie man sieht ist diese Art der "Spekulation" über den Nutzen wenig hilfreich. Aber es kommt noch schlimmer:

Die Argumentation ist deshalb problematisch, weil sich der "Nutzen" auch auf ideelle Dinge bezieht, die gar nicht (isoliert) käuflich sind und auch die Begleitumstände des Konsums umfasst. So wird z.B. gefordert, auch die größere Vielfalt des Angebots durch Abschläge an den Preisen (aber in welcher Höhe und bei welchen konkreten Gütern?) zu berücksichtigen.

In diesem Sinne wird z.B. von Hill[74] beklagt, Preisindizes "will fail to capture the improvement of welfare associated with an enlargement of the set of consumption possibilities". Hier wird offenbar bemängelt, dass ein Preisindex nicht *jede* Art von Wohlfahrtssteigerung widerspiegeln kann. Aber das kann er doch schon deshalb nicht, weil in ihn ja in erster Linie nur

[72] Man kann diese Reihe von Beispielen durchaus auch verlängern.
[73] Das alles ist konsequent angelegt in einer Denkweise, die sich am "Nutzen" orientiert, aber es macht keinen Sinn, weil es einen endlosen Streit über mögliche Schönfärbereien und Schwarzmalereien auslöst, weil man sich so immer weiter entfernt von der Beobachtung konkreter Preise für konkrete Güter und weil es auch sinnvolle Differenzierungen verwischt.
[74] Zitiert nach Diewert 1995, S. 34.

Preise ausgewählter und konkret beschriebener individueller Güter eingehen. Auf welches Gut paßt denn die "Warenbeschreibung" "enlargement of possibilities"?

Das Problem mit dem Nutzen ist, dass er sich auch auf Güter in einem *ideellen* Sinne bezieht (Konsumvielfalt, Freiheit, mehr "Annehmlichkeit"), die keine physischen Grenzen haben, die nicht als solche, sondern allenfalls mittelbar "gehandelt" werden. Es führt deshalb in eine Sackgasse, wenn man glaubt, man müsse vom Preis eines Autos noch den Nutzen der Bewegungsfreiheit abziehen (weil so gesehen das Auto auf dem Markt ja viel zu teuer bewertet wird) oder man müsse den Schaden für die Umwelt hinzuaddieren (weil andererseits so gesehen der Marktpreis des Autos viel zu niedrig sei).

Folgerichtig hat sich die Boskin Commission auch gefragt, ob nicht auch eine Gegenrechnung aufgemacht werden sollte und erkannt, dass zu den positiven Effekten der schönen Welt von "consumer electronics"[75] vielleicht die gestiegene Kriminalität und der gestiegene Aufwand für die Sicherung des Eigentums, die Umweltverschlechterung, oder das Aufkommen von Aids usw. "gegengerechnet" ("need to be weighed against") werden könnte.

Wenn letzteres wirklich geschehen sollte, dann stellt sich natürlich die Frage, wie getrennt werden soll zwischen der Preiskomponente und der Realeinkommenssteigerung bei der allgemeinen Anhebung des Lebensstandards und ob man sich dank COLI-"Theorie" nicht vielleicht selbstverschuldet in die größten Schwierigkeiten manövriert.[76]

Es sollte klar sein, dass "Nutzen" keine für die Statistik brauchbare Kategorie ist, und dass die ökonomische Theorie der Indizes nur interessant ist, wenn man sie in erster Linie als eine *Theorie* sieht. Die COLI Theorie kann zum Vorwand genommen werden, die Preise eines Preisindexes nach unten zu korrigieren, nicht nur weil auf allen Ebenen

- sich *Einsparmöglichkeiten aufzeigen* lassen, so dass den Haushalten vorgehalten werden kann, wie sie ihre Bedürfnisse mit weniger Aufwand "genauso gut" befriedigen können, sondern auch weil
- den Haushalten ein *Nutzenzuwachs entgegengehalten* werden kann, der darin besteht, dass sich Komponenten der kollektiven Wohlfahrt verbessert haben, die nur in einem sehr indirekten Zusammenhang mit den Käufen der privaten Haushalte für ihren Lebensunterhalt stehen.

Es sollte klar sein, dass bei einer solchen Betrachtungsweise des Indexproblems etwas nicht stimmen kann.[77] Speziell im Falle der Boskin Kommission sind jedoch auch noch einige politische Aspekte zu bedenken. Es war schon beschämend, zu sehen, wie in den USA die Statistiker als Sündenbock hinhalten mussten, nur damit die Clinton Administration ein bestimmtes Ziel, wie die Senkung der Sozialausgaben, das politisch brisant zu werden drohte, besser durchsetzen konnte. Es stimmt sehr nachdenklich, wenn sich viele Wissenschaftler dafür hergeben, die Politiker bei Anwürfen gegen die amtliche Statistik zu unterstützen und den Konsumenten angebliche Nutzensteigerungen im Interesse einer geringeren Inflationsrate vorzuhalten.

---

[75] Die Boskin Kommission wirft natürlich auch dem CPI vor, dass er den enormen Nutzenzuwachs eines PCs gegenüber einer traditionellen Schreibmaschine nicht zum Ausdruck bringt.

[76] Die Boskin Kommission glaubte selbst, aus praktischem Unvermögen (nicht aus Einsicht, dass das Vorhaben schon im Ansatz falsch ist) von Schätzungen dieser Art (Erfolge der Aids-Bekämpfung im CPI) vorläufig Abstand nehmen zu sollen.

[77] Ein anderes Gebiet, auf dem ebenfalls über Nutzen und Wohlfahrt spekuliert wird, ist die angeblich so notwendige "Korrektur" des Sozialprodukts, z.B. zu einem "Ökosozialprodukt": allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen, was den "Nutzen" betrifft. Das Ziel ist dort, alle Arten von denkbaren, künftigen und auch ideellen Schäden und Risiken in Abzug zu bringen ohne Rücksicht auf Bewertungsprobleme, Doppelzählungen u.ä., so dass man, wenn man es nur lange und gründlich genug überdenkt, zu einem negativen "korrigierten" Sozialprodukt gelangt. In beiden Fällen werden Milchmädchenrechnungen aufgestellt.

Wir kommen damit zu einer Theorie, die für viele als Rettung bei allen Schwierigkeiten mit dem wenig operationalen Konzept des "Nutzens" erscheint, die Theorie superlativer Indizes (d. h. von Formeln, die "exakt" für eine "flexible" Klasse von Nutzen- oder allgemein, Aggregatorfunktionen sind). Nach dieser Theorie von Diewert, deren Relevanz offenbar auch gerne überschätzt wird, erscheint es jetzt möglich, bei Umgehung das Konzepts "Nutzen" allein mit Beobachtungsdaten einen Index zu berechnen, der dem COLI nahekommt.[78]

10. Exakte und superlative Indizes

In der vor allem von W. Erwin Diewert entwickelten Theorie sog. "superlativer" Indizes[79] wird zunächst das Prädikat "exakt" definiert. Eine Indexfunktion P($\mathbf{p}_0$, $\mathbf{p}_t$,…) ist exakt für eine Nutzenfunktion U($\mathbf{q}$) = f($\mathbf{q}$) bzw. (Minimal)Kostenfunktion C($\mathbf{p}$,U) wenn der auf der Basis dieser Nutzenfunktion bestimmte COLI die Funktion P ist. In diesem Sinne ist – wie oben gezeigt – der log-Laspeyres Index "exakt" für die Nutzenfunktion $U = q_1^{\alpha_1} q_2^{\alpha_2} ... q_n^{\alpha_n}$. Wenn zudem die dem Index P($\mathbf{p}_0$, $\mathbf{p}_t$,…) "passende" Nutzenfunktion "flexibel" ist, nennt man den Index "superlativ". Der Begriff "flexibel" setzt wiederum voraus, dass bekannt ist, was ein Approximation verschieden hoher Ordnung ist. Wir beginnen daher mit diesem Begriff.

Die Theorie superlativer Indizes nach der z.B. die allein mit den Daten (tatsächlich beobachteten) Preisen und Mengen berechenbaren Indizes von Fisher P_{0t}^F oder auch Törnqvist P_{0t}^T, nicht aber nach Laspeyres oder Paasche "superlativ" sind ist oft dahingehend missverstanden worden, dass man meint, jetzt einen COLI berechnen zu können ohne das lästige Problem lösen zu müssen, dass man dazu eigentlich eine empirische Nutzenfunktion haben (bzw. bestimmen) müsste. Es soll gezeigt werden, dass dem nicht so ist, sondern dass vielmehr für derartige theoretische Aussagen erhebliche (auch wirklichkeitsfremde) Annahmen nötig sind.

a) Was heißt "second order approximation"?

Nach dem Satz von Taylor[80] über das Verhalten einer Funktion f(x) in einer Umgebung des Punktes[81] x = 0 gilt

(13) $$f(x) = f(0) + f'(0) \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \ldots = \frac{f(0)}{0!} x^0 + \frac{f'(0)}{1!} x^1 + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \ldots$$

oder allgemein: Besitzt die reelle Funktion f(x) mit $x \in [a, b]$ in dem Definitionsbereich [a, b] eine stetige Ableitung n - ter Ordnung und in (a, b) eine Ableitung der Ordnung n + 1 und sind x_0 und x Punkte aus [a, b] dann gilt:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R$$

Das Restglied R soll nicht weiter interessieren. Mithilfe dieses "Taylor Polynoms" lassen sich näherungsweise komplizierte Funktionen darstellen. Nimmt man zur Veranschaulichung das

---

[78] Es ist deshalb schon etwas ironisch gesagt worden (z.B. von U. P. Reich), dass die große Leistung der ökonomischen Theorie der Indexzahlen gegenüber der formalen (axiomatischen) darin bestehe, dass die Nutzenfunktion berücksichtigt werde und die Mengen somit nicht mehr exogen und von Preisen unabhängig sind. Dank Diewert ist es nun aber die große Leistung der ökonomischen Indextheorie, dass es auf genau diese Nutzenfunktion gar nicht mehr ankommen soll.

[79] Der Ausdruck "superlativ" im Zusammenhang mit Indexformeln (-funktionen) stammt von Irving Fisher.

80 Brook Taylor 1685-,englischer Mathematiker, Schüler von Newton. Eine Darstellung der Funktion f(x) nach Art von Gl.1 nennt man auch die Entwicklung von f in einer Potenzreihe (oder Näherung durch ein Polynom). Neben der Taylorschen Reihe gibt es noch andere Arten der Reihenentwicklung.

[81] In dem Spezialfall $x_0 = 0$ spricht man auch von der Mac Laurinschen Reihe

besonders einfache Beispiel der Funktion $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$ an der Stelle x = 0 ,so dass gilt f(0) = a_0 so ergibt sich

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = a_1 + 2a_2 x + \dots \rightarrow f'(0) = a_1$$

$$f''(x) = 2a_2 + 3 \cdot 2 \cdot a_3 x + \dots \rightarrow f''(0) = 2a_2 \text{ usw.}$$

Aus der *ersten* Näherung (first order approximation) der Funktion f(x) an der Stelle x = 0, nämlich $\hat{f}(x) = f(0) + f'(0)x = a_0 + a_1 x$ erkennt man, dass sich f(x) lokal in x = 0 wie die Gerade (Tangente) $\hat{f}(x)$ = y verhält, die im Beispiel lautet $y = a_0 + a_1 x$.

Betrachtet man die Abweichungen von dieser Tangente, also (nach Gl. 13) die Funktion

$$g(x) := f(x) - (f(0) + f'(0) \cdot x) = \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \frac{f'''(0)}{3!} x^3 + \dots$$

so sieht man wie sich f(x) in der Umgebung von x = 0 "krümmt" und sich von der Tangente $\hat{f}(x)$ nach oben (f''(0) > 0, lokale Konvexität oder nach unten (f''(0) < 0, lokale Konkavität) wegbewegt. Man benutzt die "Taylor-Formel" auch um Funktionswerte bei beliebigen x in der Umgebung von x = x_0 zu bestimmen in dem man zwei, drei oder mehr Glieder von Gl. 1 nimmt. Die Genauigkeit des Resultats wächst dabei in der Regel mit der Anzahl der Glieder.

Die Zusammenhänge werden auch verallgemeinert für Funktionen von zwei und mehr Veränderlichen, etwa F(t) = f(x_0 + ht, y_0 + kt) und $0 \le t \le 1$. Dann gilt die Approximation

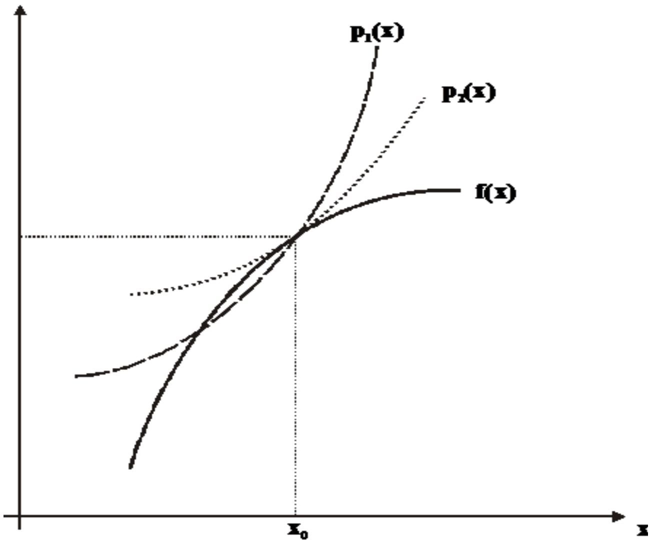
$$F(0) + \frac{1}{1!} F'(0) + \frac{1}{2!} F''(0)t + \dots \text{ mit}$$

hier sind $f_x = \partial f / \partial x$, $f_y = \partial f / \partial y$ erste Ableitungen und $f_{xy} = \partial^2 f / \partial x \partial y$ usw. zweite Ableitungen.

F(0) = f(x_0,y_0)

$$F'(t) = hf_x(t) + kf_y(t) \text{ und } F''(t) = h^2 f_{xx}(t) + 2hkf_{xy}(t) + k^2 f_{yy}(t)$$

Abb. 5 second order approximation



Second order approximation (Approximation *zweiter Ordnung* oder *quadratische Approximation*) im Punkt x = x_0 bedeutet, dass die zu approximierende Funktion f(x) und die sie approximierende Funktion p(x) im Punkt x = x_0 übereinstimmen und auch ihre ersten und zweiten Ableitungen übereinstimmen, also

$p(x_0) = f(x_0)$, $p'(x_0) = f'(x_0)$ und $p''(x_0) = f''(x_0)$.

Oder: die Taylorreihe wird bis zur zweiten Ableitung "entwickelt".

Man kann nun Approximationen verschiedener Ordnung unterscheiden, je nachdem wie viele Glieder der Taylorreihe man bei der Approximation der Funktion f(x) in die Betrachtung einbezieht. Es leuchtet unmittelbar ein, dass

- Gleichheit der Funktionswerte von f(x) und der sie approximierenden Funktion p(x) an der Stelle $x = x_0$, also $f(x_0) = p_1(x_0)$ in Abb. 5 noch sehr unterschiedliche Kurven zulässt[82]; gilt dann aber zusätzlich
- Gleichheit der Steigungen der Tangenten in x_0 bei zwei Funktionen f(x) und $p_2(x)$ also $f(x_0) = p_2(x_0)$ *und* $f'(x_0) = p_2'(x_0)$, so ist die Annäherung der Funktion f(x) durch $p_2(x)$ in der Umgebung von x_0 schon wesentlich besser.

In diesem Sinne kann man fortfahren und auch die Krümmung, d.h. die zweite Ableitung und damit das Glied $\frac{f''(0)}{2!}x^2$ der Taylorreihe (bei $x_0 = 0$) einbeziehen und so von einer noch besseren Anpassung sprechen und entsprechend die dritte Ableitung bei $x_0 = 0$ also $\frac{f'''(0)}{3!}x^3$ usw. Nach dem Weierstraß'schen[83] Approximationssatz lässt sich jede auf einem Intervall [a,b] stetige Funktion beliebig genau durch eine Polynomfunktion (nach Art von Gl. 13) approximieren.

Als Beispiel soll nun der *Begriff der quadratischen Approximation* (Approximation *zweiter Ordnung*) erläutert werden. Die Approximation von f(x) an der Stelle $x = x_0$, also von

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \ldots$$

durch eine Parabel p(x) verlangt $p(x_0) = f(x_0)$, $p'(x_0) = f'(x_0)$ und $p''(x_0) = f''(x_0)$ und daraus folgt, dass für $p(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2$ gelten muss $a_0 = f(x_0),\ a_1 = f'(x_0)$ und $a_2 = \frac{1}{2}f''(x_0)$, also die Taylor-Reihe bis zum dritten Summanden.

b) Flexible Funktionen; die homogene quadratische Kostenfunktion und Fisher's "Idealindex"

> In der Theorie der "superlativen" Indizes heißt eine Funktion (z.B. eine Nutzenfunktion[84] $U(\mathbf{q})$ oder eine Kostenfunktion $C(u,\mathbf{p})$) "flexibel", wenn sie die Approximation der Ordnung zwei einer beliebigen zweimal differenzierbaren Funktion gestattet.[85]

Und ein Index gilt dann – wie gesagt –als superlativ wenn er exakt (im Sinne von Abschnitt 3) ist für eine flexible Nutzen- bzw. Kostenfunktion. Wir betrachten als ein Beispiel die sog. homogene quadratische Kostenfunktion. sie lautet

(14) $C(u,\mathbf{p})=(\mathbf{p'Bp})^{1/2}u$

mit dem Preisvektor $\mathbf{p}' = [p_1 \ldots p_n]$, der *symmetrischen* Matrix $\mathbf{B}$ (so dass $\mathbf{B} = \mathbf{B}'$) und dem Nutzenniveau u (konkreter Funktionswert der Funktion U). Die Ableitungen (genauer: der Vektor der Ableitungen, oder der "Gradient") dieser Funktion nach dem Vektor **p** ergeben die kostenminimalen Mengen zur Erreichung des Nutzenniveaus u.

Betrachten wir zunächst die Periode 0 und der Einfachheit halber nur zwei Güter wobei wir zunächst nicht beachten, dass in Gl. 14 auch die Wurzel über die quadratische Form **p'Bp** ge-

[82] Man denke an zwei sich im Punkt $x = x_0$ schneidende Kurven, die ansonsten eine ganz unterschiedliche Gestalt haben können, etwa eine Gerade und eine Parabel (vgl. Abb. 6 mit dem Vergleich von f(x) mit $p_1(x)$).
[83] K. T. Weierstraß 1815-1897.
[84] oder allgemein "Aggregatorfunktion", weil es ja auch eine ökonomische Theorie des Erzeugerpreisindexes (Producer price index PPI statt CPI) gibt, wo dann eine Produktionsfunktion die Rolle der Nutzenfunktion spielt.
[85] "it can provide a second order approximation to an arbitrary twice continuously differentiable ... function" (Diewert 1993, S. 22).

bildet wird. Der Gradient der folgenden quadratischen Form $Q = \mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_0$, also der Vektor der ersten Ableitungen als Zeilenvektor ist dann gegeben als $(\nabla_p Q)' = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial p_{10}} & \frac{\partial Q}{\partial p_{20}} \end{bmatrix}$

Man überzeugt sich leicht, dass man für

$Q = [p_{10} p_{20}] \begin{bmatrix} b_n b_{12} \\ b_{12} b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{10} \\ p_{20} \end{bmatrix} = p_{10}^2 b_{11} + 2p_{10}p_{20}b_{12} + p_{20}^2 b_{22}$ den folgenden Gradienten erhält

$$(\nabla_p Q)' = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q}{\partial p_{10}} & \frac{\partial Q}{\partial p_{20}} \end{bmatrix} = [2p_{10}b_{10} + 2p_{20}b_{12} \quad 2p_{10}b_{12} + 2p_{20}b_{22}] = 2\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B} = 2[p_{10} \quad p_{20}] \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{12} & b_{22} \end{bmatrix},$$

und entsprechend erhält man für den Gradienten als Spaltenvektor der ersten Ableitungen

$\nabla_p Q = \begin{bmatrix} \partial Q / \partial p_{10} \\ \partial Q / \partial p_{20} \end{bmatrix} = 2\mathbf{B}\mathbf{p}_0$. Wir berücksichtigen nun, dass in der oben angegebenen Kostenfunktion auch die Wurzel vorkommt und wenden die Kettenregel an und erhalten dann

(15) $\quad \mathbf{q}_0 = \nabla_p C(U_0 = u_0, \mathbf{p}_0) = (\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_0)^{-1/2}\,\mathbf{B}\mathbf{p}_0 u_0$ und entsprechend

(15a) $\quad \mathbf{q}_t = \nabla_p C(U_t = u_t, \mathbf{p}_t) = (\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_t)^{-1/2}\,\mathbf{B}\mathbf{p}_t u_t$.

Ersetzt man nun in der Formel für den Preisindex nach Fisher die Ausgabenaggregate $\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{q}_0$ = $\sum p_0 q_0$ und $\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{q}_t$ = $\sum p_0 q_0$ durch die Kostenfunktion gem. Gl. 2, so erhält man

$$P_{0t}^F = \left[\frac{\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{q}_0 (\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_t)^{1/2} u_t}{\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{q}_t (\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_0)^{1/2} u_0} \right]^{1/2}$$

und substituiert man hierin $\mathbf{q}_0$ (im Zähler) und $\mathbf{q}_t$ (im Nenner) durch Gl. 15 bzw. 15a so ergibt sich[86] unter Berücksichtigung von $p_t^{'}Bp_0 = p_0^{'}Bp_t$

$$P_{0t}^F = \left[\frac{(\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_0)^{-1/2} (\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_t)^{1/2}}{(\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_t)^{-1/2} (\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_0)^{1/2}} \right]^{1/2} = \left[\frac{\mathbf{p}_t^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_t}{\mathbf{p}_0^{'}\mathbf{B}\mathbf{p}_0} \right]^{1/2} = \frac{C(U_t, \mathbf{p}_t)}{C(U_0, \mathbf{p}_0)}$$

womit gezeigt ist, dass $P_{0t}^F = P_{0t}^{CU}$ also für *diese* Kostenfunktion, also die homogene quadratische Kostenfunktion C(U,**p**) der Index von Fisher gleich dem COLI ist, also "exakt" ist. Da nun diese Funktion auch "flexibel" ist, wie Diewert gezeigt hat, ist P_{0t}^F auch superlativ.

c) Weitere flexible Funktionen

Eine sehr allgemeine Aggregatorfunktion (Nutzen- oder Produktionsfunktion) ist das "**quadratic mean of order r**", das wie folgt definiert ist

(16) $\quad M_r = \left(\sum_i \sum_j a_{ij} q_i^{r/2} q_j^{r/2} \right)^{1/r}$ mit $a_{ij} = a_{ji}$ (Symmetrie der Matrix **A**).

[86] Dabei kürzen sich die Nutzenniveaus heraus, so dass die Annahme $u_0 = u_t$ nicht gemacht werden muss.

Ein Spezialfall hiervon ist der Fall r = 1 mit der Nutzenfunktion f(**q**) = $\sum\sum a_{ij}\sqrt{q_i q_j}$, die der ebenfalls "superlativen" Indexformel von Walsh zugrundeliegt. Der Preisindex von Walsh lautet bekanntlich $P_{0t}^{W} = \frac{\sum p_t \sqrt{q_o q_t}}{\sum p_0 \sqrt{q_0 q_t}}$.Man erkennt auch die Verwandtschaft von M_r mit dem homogenen quadratischen Mittel $(\mathbf{q'Aq})^{1/2} = \sqrt{\sum\sum a_{ij} q_i q_j}$, das dem Fisher´schen Idealindex zugrundeliegt (M_r für r = 2).

Eine flexible "unit cost function"[87] c(**p**) = C(U=1, **p**) = C(1, **p**) für die der Törnqvist Index exakt ist die **translog-Funktion**

(17) $$\ln c_0(\mathbf{p}) = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \ln p_i + \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \alpha_{ij}(\ln p_i)(\ln p_j)$$

mit $\sum_i \alpha_i = 1$ und $\sum_j a_{ij} = 0$ für alle i.

Weil die Funktion flexibel ist, ist der Törnqvist Preisindex P_{0t}^{T} ebenfalls superlativ.

Funktion (functional form)	Spezialfälle	superlativer Index
quadratic mean of order r * (utility function f(**q**) or cost function c(**p**))	r=1 r = 2 homogen quadratisch r → 0 Translog Generalized linear → Leontief cost function **p'b**	Walsh Fisher Törnqvist
normalised quadratic cost function $c_{NQ}(\mathbf{p}) = \mathbf{p'b} + \frac{1}{2}\mathbf{p'Ap}\cdot(\boldsymbol{\alpha}'\mathbf{p})^{-1}$ mit α als ein Normierungsvektor		

* superlativ für *alle* r

Die (Einheits-) Kostenfunktion auf der Basis der Aggregatorfunktion M_r ist

(16a) $$c_r(\mathbf{p}) = \left(\sum_i\sum_j b_{ij} p_i^{r/2} p_j^{r/2}\right)^{1/r}.$$

Man kann die oben aufgeführten Kostenfunktionen ln{c_0(**p**)} und c_r(**p**) (bei r ≠ 0) auch als Spezialfälle einer allgemeinen Funktion betrachten wobei der Parameter r = 0 oder r ≠ 0 sein kann. Auf dieser Basis finden sich bei Diewert Formeln für einen sehr allgemeinen gehaltenen Preisindex[88], nämlich der "**mean of order r price index**" mit Ausgabenanteilen s_{it} (speziell s_{i0} und s_{i1}) $s_{it} = p_{it}q_{it}/\sum p_{it}q_{it}$ der Periode t = 0, 1 so dass gilt

(18) $$P_{r,t} = \left(\sum_i s_{it}(p_{it}/p_{io})^r\right)^{1/r}$$ für r ≠ 0 und

(18a) $$P_{r,t} = \prod_i (p_{it}/p_{io})^{s_{it}}$$ für r = 0. Und man kann auch von entsprechend definierten Mengenindizes ausgehen $Q_{r,t}$ und versuchen, "indirekt" (durch $V_{0t}/ Q_{r,t}$) einen superlativen Preisindex herzuleiten. Was nun (18), bzw. (18a) betrifft, so erkennt man sofort folgende Spezialfälle: $P_{1,0} = P_{01}^{L}$ (Laspeyres) also r = 1 und t = 0 $P_{-1,1} = P_{01}^{P}$ (Paasche), so dass $P_{01}^{F} = \sqrt{P_{1,0}P_{-1,1}}$, ferner ist $P_{0,0} = DP_{01}^{L}$ der logarithmische Laspeyres Index und entsprechend $P_{0,1} = DP_{01}^{P}$ der

[87] Kostenfunktion wenn der Nutzen U = u = 1 ist.

[88] und entsprechend auch für indirekte Preisindizes, die dadurch gewonnen werden, dass man den Wertindex dividiert durch einen entsprechenden Mengenindex.

logarithmische Paasche Index (jeweils bei Basisperiode t = 0 und Berichtsperiode t = 1) und somit der Törnqvist Index $P_{01}^{T} = \sqrt{P_{0,0}P_{0,1}}$.

Wie man sieht, gibt es nicht wenige Indizes, die "superlativ" sind. Aber was bietet die ökonomische Indextheorie, wenn es gilt, hier eine Auswahl zu treffen? Es wird dann gerne darauf hingewiesen, dass normalerweise alle superlativen Indizes zu sehr ähnlichen zahlenmäßigen Ergebnissen führen (man mag dann fragen, ob sich der Aufwand mit theoretisch ganz anders begründeten Indizes [andere Nutzen- bzw. Kostenfunktionen] lohnt, wenn sie sich im Ergebnis untereinander und auch im Vergleich zu nicht-superlativen Indizes gar nicht so sehr unterscheiden. Allerdings

d) Warum sind nur symmetrisch (und geometrisch) gemittelte Indizes superlativ?

Bei der Theorie der superlativen Indizes fällt auf, dass nur solche Indexformeln "superlativ" im Sinne von Diewert sind, bei denen die Mengen der Basis und der Berichtsperiode symmetrisch in die Berechnung eingehen. Es gibt keinen superlativen Index, der nicht symmetrisch ist, es gibt allerdings symmetrische Indizes, die nicht superlativ sind[89], so dass die Menge A der superlativen Indizes eine echte Teilmenge der Menge B der symmetrischen Indizes ist:

	symmetrisch (B)	nicht symmetrisch
superlativ (A)	Törnqvist, Fisher, Walsh	nicht möglich
nicht superlativ	Marshall- Edgeworth P^{ME}, Drobisch, Vartia I und II	Laspeyres, Paasche, logarithm. Laspeyres und *viele* andere

Es ist schon auffallend, dass es keinen Preisindex gibt, der nicht symmetrisch ist und gleichwohl superlativ ist. Das ist offenbar eine Konsequenz der beim Konzept der "flexiblen" Nutzen- bzw. Kostenfunktion gemachten Annahmen.

Eine solche flexible Nutzenfunktion wäre beispielsweise

(16) $$U(q_1,\ldots,q_n) = \sqrt[r]{\sum\sum a_{ik} q_i^{r/2} q_k^{r/2}}, \quad i,k = 1,\ldots,n\ .$$

Für den Spezialfall r = 1 erhält man die Nutzenfunktion, für die der Index von Walsh exakt ist. Im einfachen Fall von n = 2 ergibt sich für die obige quadratische Form in Periode 0

$$U_0 = \mathbf{q}_0'\mathbf{A}\mathbf{q}_0 = \begin{bmatrix} q_{10} q_{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{10} \\ q_{20} \end{bmatrix}$$

(bei Periode t statt 0 analog, also $U_t = \mathbf{q}_t'\mathbf{A}\mathbf{q}_t$) und wenn - wie in der Theorie verlangt –die Matrix **A** symmetrisch ist (**A**' = **A**), dann gilt $U_0 = a_{11}\sqrt{q_{10}^2} + 2a_{12}\sqrt{q_{10}q_{20}} + a_{22}\sqrt{q_{20}^2}$. Das gemischte Glied (zweiter Term) bringt zum Ausdruck, dass nicht nur die einzelnen Gütermengen jeweils isoliert für sich den Nutzen steigern (im Ausmaß von $a_{11}q_{10}$ und $a_{22}q_{20}$), sondern auch die Kombination von beiden Gütern, wobei $a_{12}(q_{10}q_{20})^{1/2}$ und $a_{21}(q_{20}q_{10})^{1/2}$ ein gleich großer Beitrag zum Gesamtnutzen ist. Nicht flexibel ist dagegen die oben in angenommene Nutzenfunktion[90] $U = \sqrt{q_{10}q_{20}}$, die ja die Grundlage für den logarithmischen Laspeyres Index darstellt, der bekanntlich nicht superlativ ist (er arbeitet ja auch mit nur *einem* Wägungsschema, dem der Basisperiode).

[89] So z.B. der Preisindex von Marshall und Edgeworth P^{ME} worauf Ralph Turvey (ein englischer Statistiker, der schon früh die ökonomische Theorie der Indexzahlen vehement kritisiert hatte) besonders hingewiesen hat. Turvey monierte u.a., dass der Fisher Index weil "superlativ" von vielen als so sehr viel wertvoller betrachtet wird als etwa P^{ME}, obgleich dieser Index sehr viel bessere Aggregationseigenschaften hat.

[90] vgl. oben Abschn. 3.

Man mag sich auch darüber wundern, dass die Verwendung von geometrisch gemittelten Gewichten also $\sqrt{q_{i0}q_{it}}$ für Waren i = 1, ..., n einen superlativen Index liefert[91], aber nicht die arithmetisch gemittelten Mengen $(q_{i0}+q_{it})/2$, mit denen man die Formel von Marshall und Edgeworth P^{ME} erhält. Entsprechend ist die Formel von Laspeyres und Paasche geometrisch gemittelt superlativ (Fishers Index), nicht aber wenn die Formeln arithmetisch gemittelt werden (was die Formel von Drobisch ergibt). Es gilt also für symmetrische (ungewogene) Mittelung mit einem geometrischen und einem arithmetischen Mittel der folgende Zusammenhang:

geometrisches Mittel		arithmetisches Mittel	
Formeln	Mengen	Formeln	Mengen
$\sqrt{P_{0t}^{L}P_{0t}^{P}}$	$\sqrt{q_{i0}q_{it}}$	$(P_{0t}^{L}+P_{0t}^{P})/2$	$(q_{i0}+q_{it})/2$
Fisher	Walsh	Drobisch	Edgeworth Marshall
superlativ		nicht superlativ	

Die Frage drängt sich auf wie diese Zusammenhänge ökonomisch zu interpretieren sind.

e) Voraussetzungen und praktische Durchführbarkeit von COLI-Berechnungen

Es war lange ein Handicap für die "ökonomische Theorie" der Indexzahlen, dass sie zwar vielen theoretisch außerordentlich reizvoll und überzeugend erschien,[92] man aber andererseits vor einem unüberwindlichen Problem der Nutzenmessung stand um das Konzept des COLI operational zu machen, es also praktisch "umzusetzen". Es gab drei Versuche, hier Abhilfe zu schaffen.

1. Die Gewinnung von Einschrankungen (bounds) etwa der Art $P_{0t}^{P} \leq P_{0t}^{CU} \leq P_{0t}^{L}$, was jedoch nicht letztlich befriedigte, weil die Grenzen einen immer noch recht großen Spielraum erlaubten und auch nicht klar war, wo genau zwischen P_{0t}^{F} und P_{0t}^{T} der "wahre" Index zu suchen sei,
2. der (v.a. von Diewert entwickelte) superlative index approach (SIA) der insofern verheißungsvoll war, weil man jetzt glaubte zu wissen, dass ein allein mit beobachteten Preis- und Mengendaten berechneter Index wie P_{0t}^{F} oder P_{0t}^{T} dem gesuchten nutzenbasierten "wahren" COLI zumindest nahekommt, so dass man ganze Problem der Nutzenmessung auch bequem umgehen kann,
3. der Versuch, einen "ökonomischen" Preisindex, also COLI aus einem System von Nachfragegleichungen empirische zu schätzen. Solche aus mikroökonomischen Überlegungen hergeleitete Gleichungssysteme waren insbesondere das Almost Ideal Demand System, (AIDS) von Deaton and Muellbauer (1980), sowie das allgemeinere (AIDS als Spezialfall enthaltende) Quadratic Almost Ideal Demand System (QUAIDS) von Banks et al. (1997)

Es wird leider immer wieder vergessen, dass der SIA nicht ohne sehr einschränkende und z.T. definitiv unrealistische Annahmen auskommt. Es sind dies vor allem zwei Mengen von An-

---

91 Nämlich die Formel von Walsh

92 Nach Triplet war der Laspeyres Index P^L demgegenüber nur eine Formel ohne eine Theorie. Der (hinter P^L stehende und gerade auch von E. Laspeyres immer wieder betonte) Gedanke des "reinen Preisvergleichs" (die Unterschiedlichkeit zwischen P_{0t} und $p_{0,t+1}$ ist nur auf die Unterschiedlichkeit der Preise $p_{i,t+t} \neq p_{it}$ und nicht auch auf unterschiedliche Mengen in t+1 und t zurückzuführen) hat ganz offensichtlich in den USA nie eine Rolle gespielt und die große Bedeutung dieses Prinzips für die Aussagefähigkeit eines jeden Indexes, wurde z.B. im Vergleich zu den eher abwegigen Gedanken der time reversibility immer völlig verkannt.

nahmen, nämlich solche, die generell für die Herleitung eines COLI Indexes erforderlich sind und solche, die nötig sind, um zu zeigen, dass der Index P_{0t} (bzw. Q_{0t}) auch superlativ ist.[93]

Zur ersten Gruppe von Annahmen gehört z.B. neben den für die Existenz einer Präferenzordnung p( ), die *für alle* Güter eine Ordnungsrelation (< , >) definiert,[94] und deren Konstanz erforderlichen Voraussetzungen – auf die hier z.T. schon in Abschn. 4 eingegangen wurde – auch solche Annahmen, die nötig sind, um überhaupt Beobachtungen (statistische "Daten"), wie $\Sigma p_0 q_0$ bzw. $\Sigma p_t q_t$ mit C(0,0) bzw. C(t,t) gleichsetzen zu können, also letzten Endes allein mit Preis- und Mengendaten berechnete Indizes, wie P_{0t}^F mit theoretischen Größen wie minimale Ausgaben zur Erreichung eines Nutzenniveaus gleichsetzen zu können. Dazu ist z.B. anzunehmen, dass die Haushalte zur Nutzenmaximierung in beiden Perioden, 0 und t, jeweils in Bezug auf U_0 bzw. U_t bereit und in der Lage sind. Weiter müssen Budgetrestriktionen *linear* sein(isocost *plane*, was u.a. preisnehmende Haushalte, keine von Haushalt zu Haushalt verschiedene von der Menge der Käufe abhängige Preise, und eine *gegebene* Ausgabensumme verlangt), weil sonst das Haushaltsgleichgewicht (-optimum) evtl. nicht *eindeutig* ist. Sehr einschränkend ist insbesondere die Annahme homothetischer (linear homogener) Präferenzen, also $f(\lambda q_1, \lambda q_2, \ldots, \lambda q_n) = \lambda^r f(q_1, q_2, \ldots, q_n)$, r = 1 (lineare Engelkurven).

Was die zweite Gruppe von Annahmen betrifft, so ist zunächst eine funktionale Form auszusuchen, die auch Ausdruck rationalen Verbraucherverhaltens ist und dann ist zu zeigen, dass der fragliche Index hierfür exakt ist und dass die funktionale Form "flexibel" ist. Das ist keineswegs trivial. Wie Lawrence Lau (1986) gezeigt hat, kann eine funktionale Form auch bei diesen Parameterrestriktionen flexibel, aber bei jenen nicht flexibel sein.[95] Man sieht also, dass mit dem SIA Ansatz keineswegs das COLI Konzept operational geworden ist und allgemeingültige Aussagen möglich sind, auch ganz ohne in puncto "Nutzen" konkret werden zu müssen.

Eine andere Hoffnung war, das COLI Konzept durch ökonometrische Schätzung von den oben genannten Nachfragesystemen operational zu machen.[96] Dabei hat sich gezeigt, dass es nicht nur sehr schwer ist, geeignete Daten über Preise und *Mengen bei konkreten Käufen* – das sind nicht notwendig, die den Preisindizes zugrundeliegenden Preise – zu erhalten (was in der Praxis allenfalls bei bestimmten Nahrungsmitteln, also für einen kleinen Teil des Definitionsbereichs eines Verbraucherpreisindexes möglich ist), sondern auch, dass zahlreiche ökonomisch kaum zu interpretierende Größen zu schätzen sind und die sich daraufhin ergebenden Werte für entsprechende Preisindizes meist weit von den amtlichen Preisindizes und plausiblen Größenordnungen von Preisindizes entfernen können. Ökonometrisch geschätzte Nachfragesysteme konnten also – sehr zu unserer Überraschung – zu Preisindizes führen, die sich in ganz anderen Größenordnungen bewegten als die mit den gleichen Preisen berechneten superlativen Preisindizes.

11. Bedingte COLIs, Aggregation über die Haushalte, demokratischer und plutokratischer COLI

Eine nicht selten gegen den COLI Ansatz erhobene Kritik betrifft die Einbeziehung von nicht unmittelbar über individuell am Markt gekaufte Güter, die gleichwohl nutzenstiftend sind und die Aggregation des auf einen Haushalt bezogenen COLI´s über die Haushalte zu einem "sozialen", die gesamte Gesellschaft umfassenden COLI.

---

[93] Hierauf ist der Verf. zus. mit C. C. Breuer detaillierter in der Arbeit Breuer/v.d.Lippe 2011 eingegangen.

[94] Damit allein ist aber noch nicht eine Nutzenfunktion f(**q**) gegeben, die jeder Güterkombination einen reellwertigen Nutzen zuordnet, quasikonkav und zweimal stetig differenzierbar ist (p( ) ist quasi eine Vorform von f( )).

[95] Lau zeigte auch, dass es fünf "crieria fort he selection of functional forms" gibt, von denen Flexibilität nur eines ist und dass nicht alle fünf gleichzeitig zu erfüllen sind.

[96] Auch hierauf wird besonders in Breuer/v.d.Lippe 2011 eingegangen.

a) Conditional COLI

Das erste Problem wird in der Regel damit "gelöst", dass man die Existenz eines Vektors **y** von "Mengen" *aller (!) sonstiger* Güter postuliert, der auch Vektor der "environmental variables" genannt wird (weshalb der Vektor auch oft mit **e** statt **y** bezeichnet wird)[97], und es wird angenommen, dass dieser Vektor für Perioden wie 0 oder t definiert und "gegeben" ist.

> Der Vektor **y** bzw. **e** ist nicht selbst Gegenstand der theoretischen Erklärung, er wird vielmehr als exogen und konstant in die Betrachtung eingeführt, und man nennt deshalb den mit der entsprechend erweiterten Nutzenfunktion *bei gegebenem* Vektor **y** bzw. **e** hergeleiteten COLI einen *bedingten* (conditional) COLI. Das Prinzip ist also: was man nicht messen kann wird als gegeben und konstant *exogen* eingeführt.

Der COLI-Ansatz wird dadurch nicht realistischer.[98] Man könnte auch grundlegender ansetzen und fragen, ob es nicht problematisch ist, dass die Existenz von Mengen angenommen werden muss in einer Indextheorie, die eine theoretische Fundierung des Indexes liefern will, wobei diese Mengen selbst nicht Gegenstand der theoretischen Erklärung sind. In Verbindung mit einem in diesem Sinne vorgegebenen Vektor von sonstigen Gütern die der Haushalt h konsumiert ergibt sich dann das Problem Kosten zu minimieren dergestalt, dass

$$C_h(U_{h\tau}, \mathbf{p}_\tau, \mathbf{e}_{h\tau}) = \min_{\mathbf{q}} \{\mathbf{p}_\tau' \mathbf{q} : f_h(\mathbf{q}, \mathbf{e}_{h\tau}) \geq U_{h\tau}\} \quad \tau = 0, t .$$

Die Kosten C_h des Haushalts h, sind die geringst möglichen, die notwendig sind um die Mengen des Gütervektors $\mathbf{q}_\tau$ zu kaufen, vorausgesetzt, dass die übrigen Güter im Umfang[99] von $\mathbf{e}_{h\tau}$ und die (für alle Haushalte gleichen) Preise in Gestalt des Vektors $\mathbf{p}_\tau$ gegeben sind. Bezüglich τ ist es üblich die folgenden Kombinationen zu betrachten, entweder

- $\tau = 0$ bei U_h und e_h in beiden Perioden (Zähler und Nenner) eines P^{CU} Indexes nach Art von Laspeyres oder
- $\tau = t$ bei U_h und e_h in beiden Perioden t (Zähler, Preise $\mathbf{p}_t$) und 0 (Nenner, bei Preisen $\mathbf{p}_0$) wenn er um eine COLI nach Art von Paasche.

Man beachte, dass auch der Vektor **e** genauso, wie die individuell gekauften Mengen **q** abhängig ist vom Haushalt h, so dass es eine Matrix gibt, deren Spalten die einzelnen Mengen an M "öffentlichen Gütern" oder "Umweltgüter" darstellen, die von den Haushalten h = 1,2,...,H konsumiert werden, also $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1 \ \ldots \ \mathbf{e}_H] = \begin{bmatrix} e_{11} & \ldots & e_{H1} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ e_{1M} & \ldots & e_{HM} \end{bmatrix}$. Die Existenz einer solchen Matrix anzunehmen (und auch deren Konstanz, so dass bei P_{0t}^{CU} in 0 und t von den gleichen "Mengen" e_{ih} auszugehen ist), ist ziemlich restriktiv und dürfte zumindest nicht weniger "wirklichkeitsfremd" sein als die Annahme eines (rechnerisch) hinsichtlich Mengen und Qualitäten konstant gehaltenen Warenkorbs. Man beachte, dass eine Matrix **E** bei der weniger theoretisch fundierten Betrachtung eines Laspeyres Indexes nicht notwendig ist, weil der natürlich nicht nur von (ausgewählten) individuell am Markt erworbenen Gütern abhängig ist.

[97] Man spricht auch von "demographic variables" oder von "public goods", also von öffentlichen Gütern.

[98] Dass dieser Vektor der "environmental variables" **e** nicht konstant ist wird auch von Diewert als eines der kritischen Probleme im Zusammenhang mit dem COLI anerkannt. vgl. Abschnitt 13.

[99] Wie man sieht wird auch die Verteilung (Inanspruchnahme) der öffentlichen Güter als gegeben angenommen, d.h. in der Periode τ kann sehr wohl der (M × 1) Vektor $e_{h\tau}$ des Haushalts h anders sein als der Vektor $e_{k\tau}$ des Haushalts k.

b) Aggregation über Haushalte (the many households case)

Was die Aggregation über die Haushalte betrifft zu einem auf die gesamte Volkswirtschaft bezogenen COLI (nur ein solcher Index ist ja als Inflationsmaß brauchbar und bisher ausschließlich als "Verbraucherpreisindex" Gegenstand der Betrachtung gewesen), so werden in der Literatur zur ökonomischen Theorie der Indexzahlen zwei Arten der Aggregation vorgeschlagen, ohne dass man sagen könnte, welche die theoretisch korrekte ist, nämlich

Mittelung von Preisindizes (COLIs)		Mittelung über (minim.) Ausgaben (Kosten)	
demokratisch P^d		plutokratisch P^p	
Laspeyres P^{dL}_{0t}	Paasche P^{dP}_{0t}	Laspeyres P^{pL}_{0t}	Paasche P^{pP}_{0t}

- der "**demokratische**" Ansatz mit einem ungewogenen (also "gleich-gewogenen") arithmetrischen Mittel von COLI Preisindizes für die H Haushalte ("demokratisch" weil, jeder Index $P^{CU(L)}_{h,0t}$ mit dem gleichen Gewicht 1/H in den Gesamtindex eingeht) und
- der "**plutokratische**" Ansatz bei dem Zähler und Nenner aus einer Summation über H (minimale, theoretische) Kosten der H Haushalte hervorgehen, so dass die Haushalte nach Maßgabe ihrer Ausgaben (Kosten C_h) zur Summe im Zähler und Nenner beitragen.

Man erhält die folgenden Formeln: für den demokratischen (d) Laspeyres (L) Ansatz P^{dL}_{0t} ("Laspeyres" weil das Nutzenniveau u_0 und die Vektoren der environmental oder demographic variables, bzw. public goods **e** sich auf die Periode 0 und nicht t beziehen)

(19) $$P^{dL}_{0t} = \frac{1}{H}\sum_h \frac{C_h\left(u_0(\mathbf{q}_{h0}),\mathbf{p}_t,\mathbf{e}_{h0}\right)}{C_h\left(u_0(\mathbf{q}_{h0}),\mathbf{p}_0,\mathbf{e}_{h0}\right)} = \frac{1}{H}\sum_h P^{CU(L)}_{h,0t}, \quad h = 1,\dots,H$$

und für den entsprechenden plutokratischen (p) Laspeyres Ansatz P^{pL}_{0t} erhält man

(20) $$P^{pL}_{0t} = \frac{\sum_h C_h\left(u_0(\mathbf{q}_{h0}),\mathbf{p}_t,\mathbf{e}_{h0}\right)}{\sum_h C_h\left(u_0(\mathbf{q}_{h0}),\mathbf{p}_0,\mathbf{e}_{h0}\right)} \leq \frac{\sum_i\left(p_{it}\sum_h q_{hi0}\right)}{\sum_i\left(p_{i0}\sum_h q_{hi0}\right)} = P^L_{0t}, \quad h = 1,\dots,H\,.$$

Die Bezeichnung "plutokratisch" ist im Falle des plutokratischen Laspeyres Indexes[100] (Gl.20) insofern berechtigt, als P^{pL}_{0t} auch daraus selber ist als gewogenes Mittel von H individuelle COLI Indizes, gewogen mit Anteilen γ_{ho}

$$P^{pL}_{0t} = \sum_{h=1}^{H} \frac{C_h\left(u_{ho},\mathbf{p}_{0,}\mathbf{e}_{h0}\right)}{\sum C_h(u_{ho},\mathbf{p}_0,\mathbf{e}_{h0})} P_{h,0t}(u_{h0},\mathbf{e}_{ho}) = \sum \gamma_{ho} P^{CU(L)}_{h,0t}\,.$$

Man sieht, dass im Unterschied zum demokratischen Index P^{dL}_{0t} der individuelle COLI des Haushalt h, also $P^{CU(L)}_{h,0t} = P_{h,0t}(u_{h0},\mathbf{e}_{ho})$ nicht mit 1/H sondern mit dem (empirisch wohl kaum jemals zu bestimmenden) Ausgabenanteil $\gamma_{ho} = C_h\left(u_{ho},\mathbf{p}_0,\mathbf{e}_{h0}\right)/\sum C_h(u_{ho},\mathbf{p}_0,\mathbf{e}_{h0})$ "ins Gewicht" fällt, also mit dem Anteil den seine Konsumausgaben an den gesamten Konsumausgaben aller H Haushalte zur Basiszeit hatten. Es gibt auch hier wieder Betrachtungen dergestalt, dass der theoretische, über die H Haushalte aggregierte COLI nach Art von Paasche oder Laspeyres eine untere bzw. obere Schranke in Gestalt des empirisch bestimmten Preisin-

[100] Der entsprechende Paasche Index wird gewonnen, in dem man im Zähler und Nenner u_t und e_{ht} statt u_0 und e_{h0} betrachtet.

dex nach Paasche bzw. Laspeyres haben. Diewert (2000) hat gezeigt, dass für die *plutokratischen* Indizes gilt:

(21) $P_{0t}^{pP} = P(u_t, \mathbf{p}_0, \mathbf{p}_t, \mathbf{E}_t) \geq P_{ot}^{p}$ und

(22) $p_{0t}^{pL} = P(u_0, \mathbf{p}_o, \mathbf{p}_t, \mathbf{E}_0) \leq P_{0t}^{L}$

so dass der theoretische Paasche Index eine untere und der theoretische Laspeyres Index eine obere Schranke durch die entsprechenden empirischen Indizes P_{0t}^{P} bzw. P_{0t}^{L} hat. Bei der Herleitung ist jedoch davon ausgegangen worden (vgl. Gl. 20), dass in den effektiv von der (amtlichen) Statistik berechneten Preisindizes P^L und P^P eine Gesamtsumme von Mengen (summiert über alle Haushalte) eingeht, also für jeweils eine Ware i die Summe $\sum_h q_{iho}$ oder $\sum_h q_{iht}$ gebildet wird, was jedoch nicht der Fall ist. Für die meisten Güter (und vor allem Dienstleistungen) existiert eine solche Summe gar nicht und die übliche Berechnung erfolgt auch nicht dadurch, dass man über die Haushalte summiert, sondern dass man quasi die Struktur (hinsichtlich der Ausgaben, nicht der Mengen) eines durchschnittlichen Haushalts bestimmt.

Da beim plutokratischen Index über *Ausgaben* C_h der Haushalte h = 1, ..., H summiert wird, nicht über deren *Nutzen*, entfällt hier das Argument, die Nutzen seien nicht aggregierbar.

Eine Einschrankung nach Art der in Gl. 21 und 22[101] für die plutokratischen Indizes scheint es im Falle der demokratischen Versionen nicht zu geben. Gl. 21 und 22 sind auch – was nicht verwundert- wieder zum Anlass genommen worden für den Fisher Index zu plädieren, weil dieser zwischen P_{ot}^{P} und P_{0t}^{L} liegend eine plausibel erscheinende mittlere Teuerung angibt, die nach dieser Betrachtung möglicherweise die allein richtige ist. –

12. COLI und Kettenindex

Befürworter von Kettenindizes konstruieren gerne einen Zusammenhang mit dem COLI. Der Hinweis auf die "ökonomische Theorie" verleiht, ähnlich wie die Bezugnahme auf den Divisia Index, einer Indexkonstruktion, wie dem Kettenindex[102] etwas Sakrosanktes. Dabei ist das gedankliche Bindeglied oft nur sehr dünn und es besteht meist nur darin, dass der Kettenindex in den meisten praktischen Anwendungen zwischen dem (direkten) Paasche und Laspeyres Index liegt[103], und dass die Differenz zwischen Kettenindizes $\overline{P}_{0t}^{L} - \overline{P}_{0t}^{P}$ meist kleiner sein dürfte als die zwischen den entsprechenden direkten Indizes, also $P_{0t}^{L} - P_{0t}^{P}$ und dass man sich so mit Kettenindizes $\overline{P}_{0t}$ nicht nur mehr dem gewünschten COLI nähert als mit direkten Indizes. sondern auch das leidige Problem, sich für die Pasche oder Laspeyres-Formel entscheiden zu müssen entfällt. Ein zahlenmäßig ähnliches Ergebnis von zwei Indizes, etwa von $\overline{P}_{0t}^{LC}$ und P_{0t}^{F} bedeutet noch nicht dass auch eine Verwandtschaft besteht zwischen den konzeptionellen Grundlagen der hier verglichenen Indexformeln. Der theoretische Hintergrund der beiden Ansätze, Kettenindizes und COLI sind sogar denkbar verschieden.

Die Forderung nach Kettenindexes beruht im Kern auf nicht mehr als nur zwei Überlegungen:

- ein festes Mengenschema veraltet schnell, weshalb ein variables (jeweils aktualisiertes) Schema besser ist und

[101] Im Fall von Gl. 16 ist an einen Laspeyres Index nach Art von Gl. 14 rechte Seite der Ungleichung gedacht.
[102] vgl. hierzu und zu der im Folgenden verwendeten Terminologie P. v. d. Lippe, 2001.
[103] Das ist offenbar seit Allen 1975 eine sehr gerne vertretene Position. Mit ähnlichen Überlegungen scheint sich auch das SNA 93 begnügt zu haben.

- "The whole rationale of a chain index is to make the index depend on the movements of the prices and quantities from one period to the next" (Hill 1988, S. 11),[104] was aber nicht nur dem Prinzip des reinen Preisvergleichs widerspricht, sondern in Gestalt der "Pfadabhängigkeit" *gerade ein Mangel* der Kettenindizes ist.

In beiden Punkten dürfte ein Zusammenhang mit der Theorie des COLI schwer zu sehen sein, denn diese Theorie geht von *einem* Ausgabenverhältnis (zwischen zwei Ausgaben) im Sinne eines *direkten* Indexes aus, also einer Ausgabe in Zähler und einer Ausgabe im Nenner. Sie geht nicht aus von einem Produkt von Ausgabenverhältnissen, wie etwa in dem Laspeyres-Kettenindex von 0 bis 2 bzw. 3: $\overline{P}_{02}^{LC} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}$ oder $\overline{P}_{03}^{LC} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\frac{\sum p_2 q_1}{\sum p_1 q_1}\frac{\sum p_3 q_2}{\sum p_2 q_2}$.
Man sieht leicht, dass $\overline{P}_{02}^{LC} \neq P_{02}^{L} = \sum p_2 q_0 \big/ \sum p_0 q_0$ und $\overline{P}_{03}^{LC} \neq P_{03}^{L} = \sum p_3 q_0 \big/ \sum p_0 q_0$. Der true cost of living index beruht auf einem Vergleich von zwei Ausgaben bei gleichem Nutzen. Aber welche Ausgaben werden verglichen bei $\overline{P}_{02}^{LC}$ oder bei $\overline{P}_{03}^{LC}$, und auf den Nutzen welcher Periode (oder besser: welcher Perioden) beziehen sie sich? Die COLI-Theorie antwortet auch nicht auf die Frage, wie "alt" ein Warenkorb sein sollte, um noch "repräsentativ" zu sein, sondern sie betrachtet stets *den* sich gegenwärtig (in t, nicht auch in t-1 usw.) und in 0 aus einer Nutzenmaximierung ergebenden Warenkorb. Entscheidend ist nicht, auf welche Periode sich die Mengen beziehen, um "repräsentativ" oder "relevant" zu sein, sondern dass man in 0 und in t den gleichen Nutzen hat (was ein Problem ist bei einer großen Zeitspanne zwischen 0 und t). Nach Ralph Turvey krankt die COLI Theorie vor allem daran, dass sie "an example of comparative statics in economics" ist.[105] Es gibt keine Theorie darüber, wie sich die Nutzenfunktion im Zeitablauf (z.B. schon durch Veränderungen des Angebots, Aufkommen "neuer" und Verschwinden "alter" Güter) verändert und "a highly unrealistic idea for example is that a household is striving at a level of satisfaction and on the basis of utility function which belongs to another period (or is determined by parameter relating to another period)." Wie entscheidend hier umfassende Konstanzannahmen sind, wird z.B. auch daran deutlich, dass Befürworter des COLI treat the difference between such superlative indices and the Laspeyres type CPI (P_{0t}^{L}) which in these days was still dominating official statistics as correctly reflecting the phenomenon of "substitution" or measuring the strength of the "substitution effect". Such an interpretation would only be valid and "legitimate in the extremely unlikely circumstance that all other factors determining the pattern of consumption had remained unchanged over the interval covered by the index."[106]

Es ist auch schwer, die Forderung nach Kettenindizes und nach der nutzentheoretischen (mikroökonomischen) Fundierung von Indexformeln unter einen Hut zu bringen: Wenn sich der "repräsentative" Warenkorb so schnell ändert, dass man einen Kettenindex braucht, um dem Wandel der Konsumstruktur Rechnung zu tragen, warum sollten sich dann nicht auch die Nutzenfunktionen der Haushalte ähnlich schnell ändern? Es heißt auch, der Kettenindex werde mit dem Aufkommen neuer und dem Verschwinden alter Produkte besser fertig als ein "fixed base" Index. Aber genau diese Dynamik ist ja beim COLI ausgeklammert. Gerade weil

[104] Aber über genau diese Abhängigkeit gibt es im Rahmen von Kettenindizes keine "Theorie". Es heißt, der COLI (Nutzenindex) erlaube eine mikroökonomische Fundierung des Zusammenhangs zwischen Preisen (Vektor **p**) und Mengen **q**, und darin bestünde sein theoretischer Vorteil. Aber wo ist die Fundierung hinter einer den Kettenindex auszeichnenden Abhängigkeit des Preisindexes P_{0t} von Preisen und Mengen nicht nur von 0 und t, sondern auch von den Vorperioden, also $\mathbf{p}_{t-1}$, $\mathbf{q}_{t-1}$ und $\mathbf{p}_{t-2}$, $\mathbf{q}_{t-2}$ usw.? Wenn es die von Hill angesprochene Dynamik der Veränderung der Verbrauchsstruktur ist, mit der primär Kettenindizes motiviert wird, dann hat nicht nur eine "Theorie" von Kettenindizes wenig zu bieten, dann haben auch die COLI Theorie(die ja komparativ statisch ist) und eine Kettenindextheorie kaum etwas gemein.

[105] Wir zitieren hier Ausführungen von Turvey im Internet.

[106] Turvey spielt hier auf die in der Diskussion des Boskin Reports so hochgespielte substitution bias von P^L an.

es schwer bis unmöglich ist, festzustellen ob der Nutzen gleich ist trotz unterschiedlicher Güter, die in den beiden verglichenen Perioden gerade *nicht* gleichermaßen zur Wahl standen nimmt man ja an, dass sich die Nutzenfunktion U_t und U_0 auf die gleiche Menge von Gütern bezieht. Dass in 0 und in t *nicht* die gleichen Güter und Dienstleistungen bestehen ist beim COLI ganz offensichtlich nicht vorgesehen.

Nach Turvey ist es auch kein Zufall, dass die ökonomische Theorie der Indexzahlen in zwei Punkten bemerkenswert unkonkret bleibt (Heervorhebungen von v.d.L.)

- the focus is rather on functions which are *as general as possible* and it is conspicuous that no mention is given to how to make a distinction between more and less realistic functions), nor is there any theory about the mechanism creating changes in the preferences over time
- the theory is remarkably vague as far as the length of the interval under consideration (from 0 to t) is concerned.

Es bleibt also weitgehend offen, mit welchen Zeitintervallen wir s zu tun haben, aber genau darum geht es doch bei der Kritik des direkten Laspeyres Index seitens der Befürworter von Kettenindizes.

13. Weitere kritische Anmerkungen

a) Schwierigkeiten bei fast allen praktischen Fragen und ein auch theoretisch unbefriedigendes Modell als Grundlage

Wie wenig die "theoretische Fundierung" trotz eines eindrucksvollen mathematischen Aufwands der Praxis der Preisstatistik helfen kann wird deutlich, wenn man sieht, wie diese Theorie bei fast allen praktischen Fragen in Schwierigkeiten kommt wie beispielsweise[107]:

- die Interpretation *interregionaler, insbesondere internationaler Preisvergleiche*[108] (Ein Haushalt gleichzeitig an mehreren Orten? Verschiedene Haushalte an unterschiedlichen Orten mit gleicher Nutzenfunktion?);
- die Veränderung der Bedürfnisstruktur und das *Aufkommen neuer Güter* und die Behandlung von Qualitätsveränderungen[109] (z.B. Vergleich des Nutzens einer CD zur Zeit t mit dem einer Schallplatte zur Zeit 0 als es noch gar keine CD gab);
- die Unterscheidung von Teilindizes (Subindizes): Gibt es z.B. ein Nutzenkalkül "separiert" für die Hauptgruppe "Ernährung", unabhängig von der Hauptgruppe "Bekleidung", wie es eine entsprechende Fundierung des Teilindexes "Ernährung" voraussetzt? Plant man, wie viel man ausgibt für Brot und Kaffee, ganz unabhängig davon, was man ausgibt für Hemden und Hosen?

---

[107] Auf einige hier nicht erneut noch einmal erwähnten Punkte wurde bereits eingegangen, wie z.B. die Definition eines mit dem Preisindex korrespondierenden Mengenindexes und die Trennung von Preis- und Mengenkomponente, sowie – damit verbunden – die theoretische Fundierung der Deflationierung (vgl. oben Abschn. 6) und die Aggregation über die Haushalte zu einem auch gelegentlich auch "Social COLI" (für *alle* Haushalte) genannten Index, worauf in Abschn. 11 eingegangen wurde.

[108] Offenbar werden zwei Vergleiche als analog angesehen: Haushalte zur gleichen Zeit an verschiedenen Orten und der gleiche Haushalt an einem Ort aber zu verschiedenen Zeiten (und mit gleichen Nutzenfunktion). Es gibt jedoch eine ganze Reihe von Gründen, die der Verfasser wiederholt dargestellt hat, wonach der interregionale und der intertemporale Vergleich keineswegs als zwei völlig analoge Fälle zu betrachten sind. Die intertemporale Vergleichssituation kann man sich im Falles *eines* Haushalts vorstellen, für den interregionalen Vergleich, kann man aber auch rein gedanklich nicht mit einem einzigen Haushalt auskommen, weil ein Haushalt schwer zur gleichen Zeit im vollen Umfang an zwei Orten sein kann.

[109] Im Rahmen der sog. hedonischen Theorie und Methode der Behandlung solcher Qualitätsveränderungen kam der Gedanke einer isolierten Nutzenbewertung von sog. "characteristics" eines Gutes auf (etwa des Nutzens oder Nutzenbeitrags der Größe des Hubraums, ganz unabhängig von dem dazugehörigen Auto).

- die sog. "low level aggregation" (ungewogene Mittelung von Preisnotierungen auf einer Aggregationsebene, wo es noch keine Mengen gibt und deshalb auch keine Indifferenzkurven)[110] und die
- die Behandlung der vielen weiteren praktischen Probleme der Preisstatistik, wie (nach Ralph Turvey) sampling, durable goods the use of which "extends beyond the period in which they were purchased" or the periods composed (calling for a multiperiod extension of the COLI theory), seasonally unavailable goods, income-dependent prices, missing observations, complicated tariff systems in utilities (, traffic etc.), discounts and other sales inducements, brokerage fees und vieles mehr.

Es ist wichtig, sich klar zu machen, dass dies Einwände sind, die auch die Sinnhaftigkeit, nicht nur die Machbarkeit des COLI betreffen. Es ist zwar ein naheliegender, aber nicht sehr tiefgehender Einwand gegen den COLI, dass dieses Konzept Schwierigkeiten bereitet, sobald es auf empirische Daten angewendet wird[111], d.h. dass es nicht operational ist (In diesem Sinne ist auch die abschließende Liste von Problemen mit einer Implementierung des COLI-Ansatzes nach Diewert zu verstehen). Aber eine befriedigende Indexkonzeption sollte nicht nur bei praktischen Fragen der Wirtschaftsstatistik nicht versagen (was beim COLI Konzept aber wohl der Fall sein dürfte), es sollte auch bei wichtigen Differenzierungen *theoretisch* nicht unbefriedigend sein. Wir erwähnen hier nur einmal zwei, bereits oben genannte Schwierigkeiten

- einen COLI zu definieren, der sowohl das Haushaltsgleichgewicht des Immobilien-Besitzer - Haushalts als auch des Nichtbesitzer - Haushalts umfasst, oder
- empirisch zu trennen zwischen einer durch *Einkommens*-senkung und einer durch *Preis*-steigerung erzwungenen Reduktion eines Verbrauchs (etwa von teueren Dienstleistungen), und entsprechend zwischen einer Zunahme des Verbrauchs durch Zunahme der Einkommen oder aber durch Sinken der Preise (Kritik von W. Neubauer, die darauf hinausläuft, dass das dem COLI (Nutzenindex) zugrundeliegende Modell des Zusammenhangs zwischen Realeinkommens-, Preisstruktur- und Verbrauchsstrukturveränderung unrealistisch ist).[112]

b) Diewerts Liste von Problemen mit dem COLI

Diewert hat sich selbst in einer neueren Arbeit (Diewert 2000) mit kritischen Argumenten gegen die von ihm so sehr favorisierte ökonomische Theorie der Indexzahlen auseinander gesetzt. Man könnte die von ihm behandelten Argumente in vier Gruppen einteilen, wobei alle Argumente im wesentlichen jedoch mehr technische Details des Ansatzes betreffen und die im folgenden z.T. auch nur stichwortartig dargestellt werden sollen:

1. **Nutzenfunktion** und deren Konstanz betreffend

---

[110] daher auch ungewogene Mittelung von Preisen bzw. Preismesszahlen.

[111] Das wird selbst von Verfechtern der ökonomischen Theorie der Indexzahlen konzediert. So schreibt z.B. Diewert "Unfortunately ..., the economic theory of index numbers is often of limited use due to the unobservable nature of the functions which crop up" und an anderer Stelle: "My early enthusiasm for the economic approach to index numbers has been tempered ..." und er nennt dabei vorrangig "that it is sometimes very difficult to implement the economic approach empirically" (Diewert 1993, S. 5, 29).

[112] vgl. dazu auch den Hinweis auf angebotsseitige Bestimmungsfaktoren für die konsumierten Mengen. Wenn z.B. die Konsumenten gezwungen sind durch Wegfall der billigeren Variante eines Gutes zur teueren Variante überzugehen, so ist das eine angebotsseitig erzeugte Preissteigerung. Einige weitere kritische Argumente, die Neubauer gegen den COLI anführt sind jedoch im Lichte der neueren Entwicklung der COLI-Theorie weniger überzeugend (so z.B. das Argument dass die dem COLI zugrundeliegende Betrachtung für Erzeugerpreisindizes auf der Ebene der Produktion und für Preise des Handels sowie für Außenhandelspreisindizes "nichts hergibt"), oder die Überlegung, dass der COLI kein Preisindex, sondern ein Kostenindex ist.

1.1 die Präferenzen der Haushalte und environmental variables sind *nicht konstant* (anders als im conditional COLI angenommen)

1.2 Haushaltsproduktion: die Nutzenfunktion müsste eigentlich auch die Aufteilung der Zeit in Zeit für den Konsum und vor allem auch Zeit für die Produktionstätigkeit des Haushalts t_H und Zeit für die Arbeitsangebot des Haushalts t_L außerhalb des Haushalts, das den Preis w (wage, Lohnsatz) hat erklären; das Optimierungsproblem umfasste also eine weitere Größe, nämlich die Zeitallokation unter Berücksichtigung der Restriktion, dass die Summe $t_H + t_L$ fest vorgegeben ist und nicht überschritten werden darf)

1.3 Man kann nicht davon ausgehen, dass der Haushalt sich eine Präferenzordnung bildet über *alle* (!!) Güter. Niemand hat Kenntnis von den Abermillionen Gütern die existieren, geschweige denn existiert eine *konstante* Nutzenfunktion für *genau die gleichen* Güter zu zwei verschiedenen Zeitpunkten. Neben neuen Gütern und dem Verschwinden alter Güter ist auch der Wandel im Wissen über die Güter zu bedenken und daraufhin natürlich auch möglicherweise Änderungen der Präferenzen auftreten[113].

2. **Preisvektoren** betreffend

2.1 Definition des Preises (Durchschnittswerte oder echte Preise?) im (empirischen) Preisindex. Diese Frage betrifft die Homogenität oder Heterogenität der "Ware" i = 1, ..., n, auf die sich die Preisnotierung bezieht (Es ist fraglich, ob dies nicht ein Argument ist, das in genau der gleichen Weise auf *jede* Art von Indextheorie anwendbar ist).

2.2 Die Preise hängen von der gekauften Menge ab (das ist eine Abhängigkeit von Preisen und Mengen, die seitens des *Angebots* "erzeugt" wird, nicht - wie sonst üblich in der COLI-Theorie - eine Abhängigkeit, die durch das Nutzenmaximierungskalkül des Nachfragers zu erklären ist).

2.3 Es gelten nicht die gleichen Preise für alle Haushalte (Diewert widmet sich *sehr* ausführlich mit sehr komplizierten Formeln diesem Problem, das im übrigen, ähnlich wie 2.1, wohl nicht auf den COLI-Ansatz begrenzt ist).

3. **Aggregation über** die **Haushalte** betreffend

3.1 Wie aggregieren (pluto-, demokratisch)?

3.2 Zahl und Struktur der Haushalte nicht konstant

4. **Durchführbarkeit der Optimierung** betreffend

4.1 Güter nicht beliebig teilbar

4.2 Güter nicht immer verfügbar (saisonal abwesend).

c) "Theoretische Fundierung" vs. instrumentelles Verständnis von Indexformeln

Woher kommt es, dass Wirtschaftstheoretiker trotz einer eher enttäuschenden Bilanz, was die Operationalisierung des Konzepts COLI betrifft, fortfahren, den COLI als non plus ultra zu betrachten und bekannte und künftige Indexformeln möglichst aufgrund ihrer Eignung als Approximation an den "ökonomischen Index" gewürdigt sehen zu wollen[114]?

Der Laspeyres-Index hat bei Ökonomen offenbar bei einen schweren Stand, wohl weil er

---

[113] Insofern ist dieses Argument (keine "well defined preferences over all commodities") verwandt mit Punkt 1.1, wonach Änderungen der Präferenzen zu Schwierigkeiten mit dem COLI führen.

[114] Ich habe gelegentlich scherzhaft gesagt, dass es nicht die Intention von Herrn Laspeyres war, eine Formel zu entwickeln, die eine besonders schlechte Approximation des COLI liefert, sondern seine Formel war offenbar auf ganz andere Überlegungen gegründet, und man wird ihr deshalb nicht gerecht, wenn man sie an ihrer Brauchbarkeit misst, den COLI zu approximieren.

- sich als *Instrument* versteht und keine Aussage über wirkliches oder hypothetisches Verhalten von Wirtschaftssubjekten macht, weil er
- altbekannt ist und schließlich weil er
- einfach ist.

Die eher ingenieurmäßige Vorstellung, die Arbeit sei getan mit der Ablieferung eines *Vehikels* der Erkenntnisgewinnung, ohne damit gleich eine neue Weltsicht zu verbinden, findet meist nicht viel Sympathie unter Theoretikern. Eine noch größere Zumutung wäre gar die Einsicht, mit Jahren angestrengter Suche nach komplizierteren Formeln, nichts wirklich Besseres gefunden zu haben.[115] Der instrumentelle Charakter einer Indexformel, wie die von Laspeyres[116], wird oft verkannt. So heißt es z.B. im Boskin Report (1997, S. 7), der Laspeyres Index P_{0t}^{L} mache unrealistische Annahmen, denn die Formel "... assumes no consumer substitution occurs in response to changes in relative prices, an assumption that is extreme, unrealistic and unnecessary". Ferner wird immer wieder gesagt, man müsse Konstanz des Warenkobs annehmen und die amerikanische Wirtschaft sei dynamisch, weshalb die Formel auch nicht mehr in unsere Zeit passe:

> Die Konstanz der Mengen ist keine "Annahme" über ein *tatsächliches* Verhalten sondern nur ein Hilfsmittel, um die "reine Preisbewegung" (frei von - wie immer erklärten - Veränderungen der Mengen und ihrer Struktur) darzustellen zu können. Es wird *rechnerisch* etwas konstant gehalten, nicht gesagt dass das in der Realität auch konstant ist.

Ein Vergleich mag das verständlicher machen: Wir berechnen die Lebenserwartung aufgrund des Modells der stationären Bevölkerung (Sterbetafelbevölkerung). Das Verfahren ist vernünftig, weil eine direkte Befragung der Menschen danach, wie lange sie glauben noch zu leben, wenig sinnvoll erscheint (ähnlich wie eine Befragung nach der Zufriedenheit mit dem Konsum oder der Betroffenheit von Inflation anstelle der Berechnung von Preisindizes). Man braucht keine medizinischen und biologischen Theorien zu bemühen, um zu wissen, dass die Annahme konstanter Sterbewahrscheinlichkeiten im *Modell* der Sterbetafel schlicht "falsch" wäre, wenn es nicht ein Modell wäre. Sie ist aber – verstanden als Werkzeug, nicht als Beschreibung der Realität – nützlich und dem instrumentellen Nutzen steht nicht entgegen, dass z.B. medizinischer Fortschritt dazu führt, dass Sterbewahrscheinlichkeiten abnehmen und deshalb auch die Lebenserwartungen zunehmen können (insofern also "biased" sind)[117].

14. Ökonomisch-theoretische Fundierung anderer Indizes (Preis- und Mengenindizes)

Die Betrachtung war bisher beschränkt auf Indizes für Verbraucherpreise (früher "Preisindizes für die Lebenshaltung" genannt). Der "economic approach" kann auch benutzt werden um Preisindizes auf der Erzeugerpreisebene ("theoretische Erzeugerpreisindizes") und Mengenindizes zu definieren, Betrachtungen, die im allgemeinen weniger bekannt sind als der COLI. In dieser Hinsicht wird unterschieden: ein output-, intermediate input- und value added *Preis*index. In allen diesen Fällen (wie auch beim COLI) besteht der "ökonomisch theoretische" Charakter dieses Indexes (bzw. dessen "theoretische Fundierung") darin, dass

[115] In diesem Sinne erwarte ich nicht, dass die vorliegende Arbeit Beifall unter Befürwortern des COLI finden wird, wird in ihr doch mehr oder weniger offen der Verdacht ausgesprochen, dass Jahre angestrengter Arbeit von einem praktischen Standpunkt nicht viel gebracht haben.

[116] Nach Jack Triplet ist der Laspeyres Index P^{L}, wie gesagt, nur eine Formel ohne theoretische Fundierung.

[117] Es gilt übrigens auch mit Blick auf Kettenindizes: Niemand regt sich darüber auf, dass wir bei der Berechnung der Lebenserwartung eines Neugeborenen Sterbewahrscheinlichkeiten über gut 80 bis 90 Jahre konstant halten. Aber ein konstanter Warenkorb für nur ca. fünf Jahre ist ein Problem.

- eine Größe optimiert wird und damit
- die Mengen in dem Preisindex *abgeleitet* sind aus Verhaltensgleichungen (Produktionsfunktion analog zur Nutzenfunktion beim COLI) und
- alle Bestimmungsfaktoren der zu maximierenden bzw. zu minimierenden Größe bis auf die relevanten Preisvektoren konstant sind.

Es gibt also stets "*theoretische*" Mengen, die von den empirisch beobachtbaren Mengen verschieden sind.

Preisindizes (PI) im Rahmen der ökonomischen Preisindex-Theorie

	True Cost of Living Index COLI	Theoretical Output (TO) Price Index	Theoretical intermediate (TI) input PI
Optimization	Minimize costs of quantities of consumer goods	maximize revenue by determining quantities of outputs	minimize costs of bought intermediate goods (inputs)
Subject to (given)	Constant utility (standard of living), preference function (U)	constant technology[1] (T) and inputs (quantities and prices)	technology, fixed primary inputs (labor and capital) and given output
price regimes[2]	of consumer goods	output goods	intermediate inputs
Otimizing unit[3]	household[3]	establishment[3]	establishment[3]
Upper bound	$P_{0t}^{L} \geq P_{0t}^{CU}(U_0)$	$P_{0t}^{P} \geq P_{0t}^{TO}(T_t)$	wie COLI
Lower bound	$P_{ot}^{P} \leq P_{0t}^{CU}(U_t)$	$P_{0t}^{L} \leq P_{0t}^{TO}(T_0)$	wie COLI

1) T is given by a production function (= production possibilities set [or curve])
2) Under different price regimes of ...
3) in a competitive price taking market

Literatur

Allen R.G.D. (1975), Index Numbers in Theory and Practice, London.

Banerjee K.S. (1977), On the Factorial Approach Providing the True Cost of Living Index, Göttingen.

Boskin M. et al., Toward A More Accurate Measure Of The Cost Of Living, Final Report 1996

Breuer C.C. u. P.von der Lippe, Problems of Operationalizing a Cost-of-Living Index, MPRA papers Nr. 32902, Aug. 2011

Diewert W. E. (1993) and Nakamura, A. O., Essays in Index Number Theory, Amsterdam etc.

Diewert W. E. (2000), The Consumer Price Index and Index Number Purpose, Working Papers of the Univ. of British Columbia, Canada.

Friedman D. (2001), Der ökonomische Code (Hidden Order, The Economics of Everyday Life, 1996), München.

Lau L.J. (1986), Functional Forms in Econometric Model Building, in Z. Grilliches and M. D: Intriligator (Eds.), Handbook of Econometrics, Vol. III, pp. 1115 - 1156

Leifer H.A. (2003), Die "Elementarebene" bei einem Verbraucherpreisindex und einem Lebenshaltungskostenindex: Gemeinsamkeiten und Unterschiede, Messung der Teuerung, {7. Fachtagung}, hrsg. vom Stat. Landesamt Bremen, S. 64 - 82.

Neubauer W. (1995), unveröffentl. Gutachten für Eurostat: Konzeptionelle Vor- und Nachteile eines verketteten Verbraucherpreisindexes.

Neubauer W. (1996), Preisstatistik, München.

Pollak R.A. (1998), The Consumer Price Index, A Research Agenda and Three Proposals, Journal of Economic Perspectives, pp. 69 - 78.

Schultze C. L. (2002) and Mackie C., At What Price? Conceptualizing and Measuring Cost-of-Living and Price Indexes, National Research Council Panel, Washington.

Schultze C. L. (2003), The Consumer Price Index: Conceptual Issues and Practical Suggestions, Journal of Economic Perspectives, Vol. 17, pp. 3 – 22.

Triplett J. (2001), Should the Cost-of-Living Index Provide the Conceptual Framework for a Consumer Price Index? Economic Journal, Vol. 111, pp. 311 – 334.

v. d. Lippe P. (1999), Kritik internationaler Empfehlungen zur Indexformel, Einige Bemerkungen zur "ökonomischen Theorie der Indexzahlen" und zu Kettenindizes, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Bd. 218, S. 385 – 414.

v. d. Lippe P. (2001), Chain Indices, A Study in Price Index Theory, Stuttgart.

v. d. Lippe P. (2003), Hat die "ökonomische Theorie der Indexzahlen einen Nutzen für die Praxis der Preisstatistik, in E. Elsner u. K. Voy (Hrsg.), Messen der Teuerung, {8. Fachtagung} Berlin (Statistisches Landesamt Berlin) Mai 2003, S. 61 -87

v. d. Lippe P. (2007), Index Theory and Price Statistics, Frankfurt/M.