Teil IV: Drei Musterklausuren

Hauptklausur SS 97

Aufgabe 1:

15 Schwimmer verschiedenen Alters erbrachten in Wettkämpfen über 50 m Brustschwimmen die folgenden Zeiten:

Alter	Zeiten in sec.		
28	37.00	40.00	42.00
30	39.00	40.00	45.00
32	40.00	38.00	42.00
34	42.00	44.00	45.00
36	42.00	46.00	48.00

a) Stellen Sie eine Häufigkeitstabelle auf, und bestimmen Sie die Randhäufigkeiten. (3 Punkte)

b) Bestimmen Sie die Kovarianz zwischen dem Alter der Schwimmer (X) und der Zeit in sec. (Y). Sind die Variablen unabhängig? (6 Punkte)

c) Der Schwimmlehrer A vermutet einen linearen Zusammenhang zwischen dem Alter und der Leistungsfähigkeit der Schwimmer:

$$y_i = a + bx_i$$

Schätzen Sie die unbekannten Regressionsparameter a und b und bestimmen Sie die Regressionsgerade $\hat{y}$. (4 Punkte)

d) Bestimmen Sie die mittlere Schwimmzeit, unter der Bedingung, daß nur die 30jährigen Schwimmer betrachtet werden. (4 Punkte)

Aufgabe 2:

1. Der Chef eines Unternehmens möchte sich über die täglich anfallenden Anfahrtswege seiner Mitarbeiter informieren. Vom Personalbüro wird ihm dazu folgende Tabelle übersandt:

km	Anzahl der Beschäftigten			
[0,1)	7			
[1,5)	24			
[5,15)	35			
[15,30)	18			
[30,50)	16			

a) Wie groß sind das arithmetische Mittel (näherungsweise!), der interpolierte Median und der Modus der klassierten Verteilung?

(3+3+3=9 Punkte)

b) Bestimmen Sie näherungsweise die Varianz der klassierten Verteilung. Warum kann die Varianz nur näherungsweise bestimmt werden?

(4 Punkte)

c) Beurteilen Sie aufgrund der Lagemaße die Schiefe der Verteilung.

(2 Punkte)

2.

a) Wie groß ist die folgende Kovarianz C zwischen Preismeßzahlen a_i und Mengenmeßzahlen b_i, gewogen mit den Ausgabenanteilen g_i zur Basiszeit?

$$C = \sum \left(a_i - P_{0t}^L\right)\left(b_i - Q_{0t}^L\right) g_i \qquad \text{mit:} \qquad g_i = \frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum p_{i0} q_{i0}}$$

(2 Punkte)

b) Nach dem hiermit bestimmten Zusammenhang (nach L. v. Bortkiewicz) läßt sich aus den folgenden Angaben

- nominale Zunahme 50% (also $W_{0t} = 1{,}5$)
- reale (volumenmäßige) Zunahme 20% (also $Q_{0t}^L = 1{,}2$)
- Kovarianz $C = +0{,}12$

der Laspeyres-Preisindex wie folgt berechnen: (2 Punkte)

Wie groß ist P_{0t}^L, wenn für die Kovarianz gilt $C = -0{,}24$ (die anderen Angaben bleiben unverändert)? (1 Punkt)

c) Nennen Sie drei Situationen, in denen ein Lasperes-Index den gleichen Zahlenwert annimmt wie ein Paasche-Index, etwa $P_{0t}^{L} = P_{0t}^{P} = 1{,}4$? (3 Punkte)

Aufgabe 3:

1. Fünf Personen A, B, C, D und E treffen sich zu einer Pokerpartie. Zu Beginn (t = 1) hat jeder 200 DM. Nach einer Stunde (t = 2) sieht die Verteilung des Geldes wie folgt aus:

Person	A	B	C	D	E
DM	50	100	150	200	500

Das Spiel endet nach zwei Stunden (t = 3) damit, daß E den gesamten Einsatz gewonnen hat und die anderen vier „pleite“ sind.

Beschreiben Sie die Disparität zu den drei Zeitpunkten sowohl graphisch als auch numerisch. (12 Punkte)

2. In den zwei Stunden werden insgesamt 10 Spiele gemacht. E hat nach den einzelnen Spielen jeweils folgende Geldbeträge vor sich liegen:

Spiel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DM	180	220	260	230	250	300	500	480	600	1000

a) Geben Sie die durchschnittliche Wachstumsrate des Geldbetrags an.

(2 Punkte)

b) Bestimmen Sie den Trend in dieser Zeitreihe mit Hilfe eines gleitenden Durchschnitts ($p = 3$) sowie die trendbereinigten Werte. (6 Punkte)

Hauptklausur SS 98

Aufgabe 1

a) Gegeben sei die folgende Verteilung:

Klasse von... bis unter...	n_k	$\overline{x}_k$	s_k^2				
0 - 20	20	12	0,3				
20 - 35	12	25	1,4				
35 - 50	6	42	2,6				
50 - 90	10	70	3				
90 - 120	2	100	4,2				

i) Stellen Sie die relativen Häufigkeiten graphisch dar. (2 Punkte)

ii) Berechnen Sie das arithmetische Mittel $\overline{x}$. (2 Punkte)

iii) Berechnen Sie die Standardabweichung. (4 Punkte)

iv) Bestimmen Sie den Median und den Modus der Verteilung. (3 + 2 Punkte)

b) Student S arbeitet ein halbes Jahr als studentische Hilfskraft. Dabei verdient er im Monat (in DM):

Januar	Februar	März	April	Mai	Juni
467	523	399	602	488	478

Berechnen Sie die Spannweite, den Quartilsabstand und das Gini-Dispersionsmaß.
(1 + 3 + 3 Punkte)

Aufgabe 2:

a) Bei einer Lotterie mit 350 Teilnehmern gibt es drei verschiedene Gewinnbeträge $G_1 < G_2 < G_3$ (keine Nieten!). Dabei ist G_3 doppelt so hoch wie G_2 und dieser wiederum doppelt so hoch wie G_1. Den Betrag G_1 erhalten 200 Teilnehmer, den Betrag G_2 100 Teilnehmer und den Betrag G_3 entsprechend 50 Teilnehmer. Insgesamt werden 600.000 DM ausgeschüttet.

i) Bestimmen Sie die drei Gewinnbeträge. (3 Punkte)

ii) Zeichnen Sie die Lorenzkurve. (3 Punkte)

iii) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten. (3 Punkte)

b) Bei einer Umfrage wurden 100 Personen gefragt, ob sie ein Auto (Variable X) und einen Videorekorder (Variable Y) besitzen. Dabei antworteten:

Auto	
ja	60
nein	40

Videorekorder	
ja	45
nein	55

i) Bestimmen Sie für die Variable X ein <u>sinnvolles</u> Lagemaß. (2 Punkte)

ii) Angenommen, es handele sich bei den beiden Verteilungen um die Randverteilungen einer zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung. Wie müßte diese aussehen, wenn die beiden Variablen unabhängig wären? (2 Punkte)

iii) Wieviel Prozent der Autobesitzer besitzen in diesem Fall (Unabhängigkeit) auch einen Videorekorder? (2 Punkte)

iv) Handelt es sich bei der Variable Y um eine Bestands- oder Bewegungsmasse und um eine diskrete oder stetige Variable? Wie ist sie skaliert? (3 Punkte)

v) Zur leichteren Auswertung ordnet der Befrager der Antwort „nein" den Wert 0 und der Antwort „ja" den Wert 1 zu. Welcher Transformation dürfte er die Variablen unterziehen? Nennen Sie ein Beispiel für diese Form der Transformation. (2 Punkte)

Aufgabe 3

a) Zwei Variablen X und Y seien in der Form linear voneinander abhängig, daß folgende Regressionsgerade gilt:

$$\hat{y}_i = 100 + 5 \cdot x_i$$

Desweiteren ist $s_y^2 = 4000$ und $s_x^2 = 100$.

i) Wie groß ist das Bestimmtheitsmaß? (4 Punkte)

ii) Bestimmen Sie die Kovarianz. (3 Punkte)

b) Für zwei Variablen X und Y gelten die Regressionsgeraden

$$\hat{y}_i = 3{,}5 + 0{,}5 \cdot x_i \text{ und}$$

$$\hat{x}_i = \frac{32}{22} + \frac{13}{22} y_i .$$

i) Bestimmen Sie den Korrelationskoeffizienten. (3 Punkte)

ii) Bestimmen Sie $\bar{x}$ und $\bar{y}$. (4 Punkte)

c) Ein Warenkorb enthält fünf Produkte (A, B, C, D, E). Die folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Preismeßzahlen (m_{ot}) der einzelnen Produkte, sowie über ihren Anteil an den Gesamtausgaben zur Basisperiode (g_i).

Produkt	m_{ot}	g_i
A	1,1	0,1
B	0,9	0,3
C	1,2	0,05
D	1,15	0,45
E	0,95	0,1

i) Berechnen Sie einen Preisindex nach Laspeyres. (3 Punkte)

ii) Der dazugehörige Mengenindex nach Laspeyres betrage $Q_{0t}^L = 1{,}1$, die Kovarianz zwischen Preis- und Mengenmeßzahl sei $C = -0{,}25$. Wie hoch ist der Wertindex? (3 Punkte)

Nachklausur SS 98

Aufgabe 1

a) Die Werbeagentur des Netzanbieters „Schnurlos glücklich“ schätzt den diesjährigen Absatz von Handys anhand der folgenden stetigen Funktion:

$$y(t) = \frac{t^2}{4} - 2t + 10$$

wobei y(t) die im Zeitpunkt t verkaufte Anzahl von Handys (in Tausend) darstellt und t die Anzahl der Monate.

i) Welche Wachstumsrate ergibt sich nach genau einem Jahr? (3 Punkte)

ii) Ein Mitarbeiter des Netzanbieters ist für die Überwachung der Vorhersagen der Werbeagentur zuständig. Ein Jahr nach der Prognose liegen ihm folgende Monatsverkaufszahlen vor.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	10	8	7	6	4	5	8	10	12	14	16	20
r_t												
w_t												

Berechnen Sie die tatsächlichen Wachstumsraten und -faktoren. Wie hoch ist die mittlere Wachstumsrate? (2 + 2 Punkte)

iii) Nach wieviel Jahren hat sich die gesamte Absatzmenge dieses Jahres bei einem konstanten Wachstum von 10% auf 300.000 erhöht? (4 Punkte)

b) Das Personalbüro von „Schnurlos glücklich“ hat die Personalentwicklung der Firma getrennt nach Angestellten (x) und Arbeitern (y) ermittelt. Dummerweise sind die Daten nicht vollständig. Es ist jedoch bekannt, daß die mittlere Anzahl der Angestellten 577,50 beträgt.

t	1	2	3	4	5	6	7	8
Arbeiter (y_t)	68	75	84	93	86	72	66	54
Angestellte (x_t)	?	512	537	539	574	608	654	700

i) Bestimmen Sie die Kovarianz zwischen der Anzahl der Arbeiter und der der Angestellten. (5 Punkte)

ii) Wie groß ist die Korrelation zwischen den Beschäftigten dieser beiden Berufsgruppen? (4 Punkte)

Aufgabe 2:

a) Der Chef eines Unternehmens möchte sich über die täglich anfallenden Anfahrtswege seiner Angestellten informieren. Vom Personalbüro erhält er die folgenden Werte:

km von ... bis unter ...	Anzahl der Angestellten
0 - 1	49
1 - 5	168
5 - 15	245
15 - 30	126
30 - 50	112

Wie groß sind das arithmetische Mittel, der Median und der Modalwert der Entfernung zum Arbeitsplatz. Entscheiden Sie mit Hilfe der Fechner'schen Lageregel, ob die Häufigkeitsverteilung symmetrisch, linkssteil oder rechtssteil ist.

(7 Punkte)

b) Für die drei Güter eines Warenkorbes wurde in den Jahren 1989 bis 1993 folgende Preise und Mengen notiert:

	Gut 1		Gut 2		Gut 3	
Jahr	Preis	Menge	Preis	Menge	Preis	Menge
1989	10	100	60	100	30	100
1990	12	110	60	97	19	120
1991	12	100	50	100	18	100
1992	15	80	65	90	24	90
1993	20	50	70	80	30	60

i) Berechnen Sie für 1993 zur Basis 1989 die Preisindizes von Laspeyres und Paasche. (6 Punkte)

ii) Berechnen Sie den Wertindex (0 = 1989, t = 1993) und leiten Sie daraus den Paasche-Mengenindex ab. (5 Punkte)

iii) Zeigen Sie mit Hilfe der Ergebnisse aus i) und ii), daß Indizes nach Paasche die Faktorumkehrprobe **nicht** erfüllen. (3 Punkte)

Aufgabe 3:

a) Bei der Fußballweltmeisterschaft in Frankreich gab es einen Spieler, der sechs Tore geschossen hat, zwei mit fünf Treffern, drei mit vier, sieben mit drei Toren, 23 Spieler trafen zweimal und 72 Aktive je einmal ins Schwarze. Es gab also insgesamt 108 Torschützen, die 167 Treffer erzielten.

Anmerkung: Spieler, die gar nicht getroffen haben, werden natürlich nicht berücksichtigt.

i) Geben Sie in der untenstehenden Tabelle die Punkte der Lorenzkurve und die Steigungen der einzelnen Abschnitte an (nicht zeichnen!) (5 Punkte)

ii) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten. (3 Punkte)

Hinweis: Rundung auf vier Nachkommastellen.

FRANCE 98
Fußball-Weltmeisterschaft
Torschützen

Suker	Kroatien	6
Batistuta	Argentinien	5
Vieri	Italien	5
Hernandez	Mexiko	4
Ronaldo	Brasilien	4
Salas	Chile	4
Bebeto	Brasilien	3
Bergkamp	Niederlande	3
Bierhoff	Deutschland	3
C. Sampaio	Brasilien	3
Henry	Frankreich	3
Klinsmann	Deutschland	3
Rivaldo	Brasilien	3

23 Spieler erzielten 2 Tore
72 Spieler erzielten 1 Tor

WAZ vom 14.07.98

b) Gegeben seien folgende Umsatzzahlen eines Unternehmens (in 1000 DM):

Jahr	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Umsatz	187	175	184	205	193	226	217	229	202

i) Stellen Sie die Zeitreihe graphisch dar. (2 Punkte)

ii) Ermitteln Sie die Trendgerade mittels der Methode der kleinsten Quadrate. (4 Punkte)

iii) Geben Sie mit Hilfe der Trendgeraden aus Aufgabe ii) eine Schätzung für das Jahr 1997 ab. (2 Punkte)

iv) Geben Sie mit Hilfe der Methode des exponentiellen Glättens eine Prognose für das Jahr 1998 ab. Verwenden Sie dabei den unter iii) errechneten Schätzwert und den tatsächlich beobachteten Wert für das Jahr 1997. Gewichten Sie beide Werte gleich. (3 Punkte)

Lösungen zu den Musterklausuren

Hauptklausur SS 97

Aufgabe 1

a)

		Alter					
		28	30	32	34	36	Σ
Zeit	37	1					1
	38			1			1
	39		1				1
	40	1	1	1			3
	42	1		1	1	1	4
	44				1		1
	45		1		1		2
	46					1	1
	48					1	1
	Σ	3	3	3	3	3	15

b) $s_{xy} = \frac{1}{n}\sum x_i y_i - \bar{x}\,\bar{y}$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i n_i = \frac{1}{15}\cdot 3\cdot(28+30+32+34+36) = 32$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i n_i = \frac{1}{15}(37+38+39+3\cdot 40+4\cdot 42+44+2\cdot 45+46+48) = 42$$

$$s_{xy} = \frac{1}{15}(28\cdot 37+28\cdot 40+28\cdot 42+30\cdot 39+30\cdot 40+30\cdot 45+32\cdot 40+32\cdot 38+32\cdot 42$$

$$+34\cdot 42+34\cdot 44+34\cdot 45+36\cdot 42+36\cdot 46+36\cdot 48)-32\cdot 42$$

$$= \frac{1}{15}20242 - 1344 = 5{,}4\overline{6}$$

Da $s_{xy} \neq 0$ ist, sind die Variablen X und Y abhängig.

c) $b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$

$$s_x^2 = \frac{1}{n}\sum x_i^2 n_i - \bar{x}^2 = \frac{1}{15}\cdot 3\left(28^2+30^2+32^2+34^2+36^2\right)-32^2$$

$$= 1032 - 1024 = 8$$

$$b = \frac{5{,}46\overline{6}}{8} = 0{,}68\overline{3}$$

$$a = \overline{y} - b \cdot \overline{x} = 42 - 0{,}68\overline{3} \cdot 32 = 20{,}1\overline{3}$$

$$\hat{y}_i = 20{,}1\overline{3} - 0{,}68\overline{3} \cdot x_i$$

d) $$\left(\overline{x} | y = 30\right) = \frac{1}{3}(39 + 40 + 45) = \frac{124}{3} = 41{,}\overline{3}$$

Aufgabe 2

1.

	m_i	n_i	$m_i n_i$	H_i	n_i/b_i
[0,1)	0,5	7	3,5	0,07	7
[1,5)	3	24	72	0,31	6
[5,15)	10	35	350	0,66	3,5
[15,30)	22,5	18	405	0,84	1,2
[30,50)	40	16	640	1	0,8
Summe	-	100	1470,5	-	-

a) $$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum m_i n_i = \frac{1}{100} 1470{,}5 = 14{,}705$$

$$\tilde{x}_{0,5} = x'_{k-1} + b_k \frac{0{,}5 - H_{k-1}}{h_k} = 5 + 10\frac{0{,}5 - 0{,}31}{0{,}35} = 5 + 5{,}429 = 10{,}429$$

$$x_{mod} = 0{,}5$$

b) $$s^2 = \frac{1}{n}\sum m_i^2 n_i - \overline{m}^2 = \frac{1}{100}\left(0{,}5^2 \cdot 7 + 3^2 \cdot 24 + 10^2 \cdot 35 + 22{,}5^2 \cdot 18 + 40^2 \cdot 16\right) - 14{,}705^2$$

$$= 384{,}3025 - 14{,}705^2 = 168{,}065$$

Die Varianz kann nur näherungsweise berechnet werden, weil die interne Varianz unbekannt ist.

c) $x_{mod} < \tilde{x}_{0,5} < \overline{x}$ $\Rightarrow$ Die Verteilung ist linkssteil.

2.

a) $C = Q_{0t}^L\left(P_{0t}^P - P_{0t}^L\right)$ oder $C = P_{0t}^L\left(Q_{0t}^P - Q_{0t}^L\right)$

b) $$C = Q_{0t}^L\left(P_{0t}^P - P_{0t}^L\right)$$

$$\Rightarrow P_{0t}^L = -\frac{C}{Q_{0t}^L} + P_{0t}^P = \frac{W_{0t}}{Q_{0t}^L} - \frac{C}{Q_{0t}^L} = \frac{1{,}5}{1{,}2} - \frac{0{,}12}{1{,}2} = 1{,}25 - 0{,}1 = 1{,}15$$

2. Variante:

$$P_{0t}^L = \frac{1{,}5}{1{,}2} + \frac{0{,}24}{1{,}2} = 1{,}25 + 0{,}2 = 1{,}45$$

c) 1. alle Preise steigen um 40%

2. alle Mengen bleiben gleich $\left(q_{it} = q_{io} \forall i\right)$

3. Die Kovarianz zwischen den Preis- und Mengenmeßzahlen ist Null.

Aufgabe 3

1.

Für t = 1: $D_G = 0$

Für t = 2:

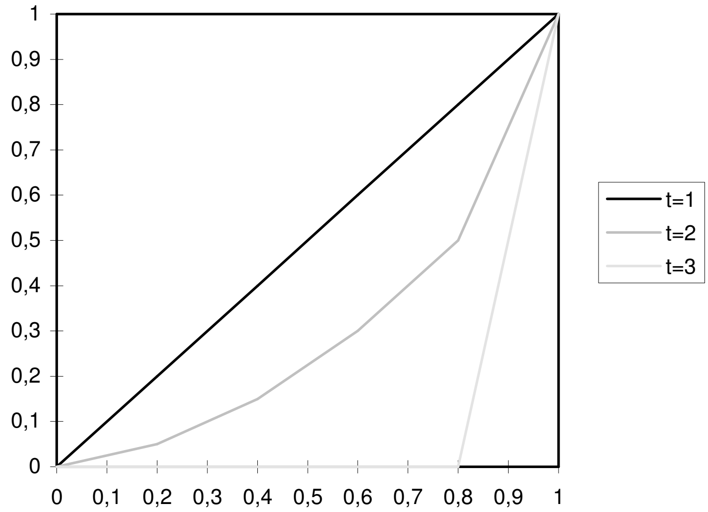
	x_i	h_i	H_i	q_i	Q_i	$(H_i + H_{i-1})q_i$
A	50	0,2	0,2	0,05	0,05	0,01
B	100	0,2	0,4	0,1	0,15	0,06
C	150	0,2	0,6	0,15	0,3	0,15
D	200	0,2	0,8	0,2	0,5	0,28
E	500	0,2	1	0,5	1	0,9
Summe	1000	1	-	1	-	1,4

$$D_G = \sum \left(H_i + H_{i-1}\right)q_i - 1 = 1{,}4 - 1 = 0{,}4$$

Für t = 3

	x_i	h_i	H_i	q_i	Q_i	$(H_i + H_{i-1})q_i$
A	0	0,2	0,2	0	0	0
B	0	0,2	0,4	0	0	0
C	0	0,2	0,6	0	0	0
D	0	0,2	0,8	0	0	0
E	1000	0,2	1	1	1	1,8
Summe	1000	1	-	1	-	1,8

$$D_G = \sum \left(H_i + H_{i-1}\right)q_i - 1 = 1{,}8 - 1 = 0{,}8$$



2.

a) $\overline{w} = \sqrt[10]{1000/200} = 1{,}1746 = 17{,}46\%$

b)

y	$\tilde{y}$	$y - \tilde{y}$
200	-	-
180	200	-20
220	220	0
260	236,67	23,33
230	246,67	-16,67
250	260	-10
300	350	-50
500	426,67	73,33
480	526,67	-46,67
600	693,33	-93,33
1000	-	-

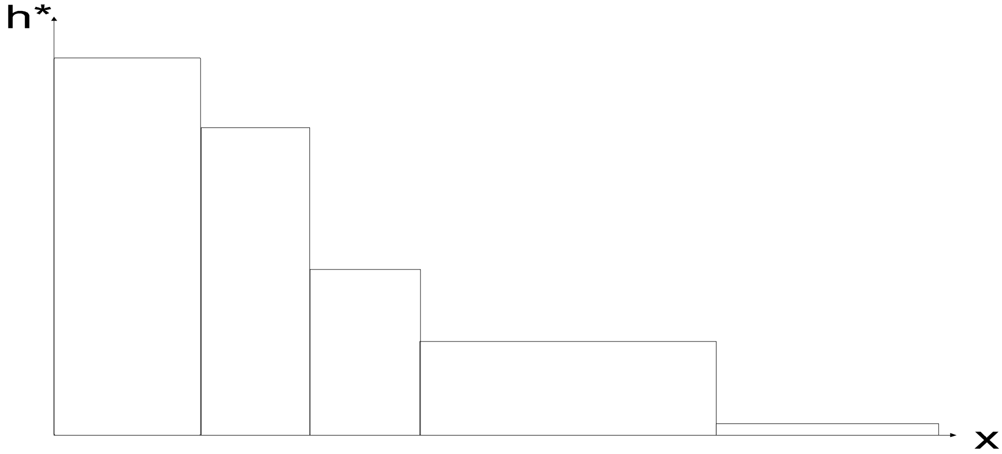
Hauptklausur SS 98

Aufgabe 1

a)

	n_k	h_k	h_k^*	$(\overline{x}_k - \overline{x})^2 h_k$	H_k
0 - 20	20	0,4	0,02	190,79	0,4
20 - 35	12	0,24	0,016	18,75	0,64
35 - 50	6	0,12	0,008	7,99	0,76
50 - 90	10	0,2	0,005	261,51	0,96
90 - 120	2	0,04	0,0013	175,09	1
Σ	50	1		654,13	

i)



ii) $\bar{x} = \sum \bar{x}_k h_k = 12 \cdot 0{,}4 + 25 \cdot 0{,}24 + 42 \cdot 0{,}12 + 70 \cdot 0{,}2 + 100 \cdot 0{,}04 = 33{,}84$

iii) $s_{int}^2 = \sum s_k^2 h_k = 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 1{,}4 \cdot 0{,}24 + 2{,}6 \cdot 0{,}12 + 3 \cdot 0{,}2 + 4{,}2 \cdot 0{,}04 = 1{,}536$

$s_{ext}^2 = 654{,}13$ vgl. Tabelle

$s^2 = s_{int}^2 + s_{ext}^2 = 1{,}536 + 654{,}13 = 655{,}666$

$s = \sqrt{655{,}666} = 25{,}61$

iv) $x_{mod} = 10$

$$\tilde{x}_{0,5} = 20 + 15\frac{0{,}5 - 0{,}4}{0{,}24} = 26{,}25$$

b) $R = 602 - 398 = 203$

$\tilde{x}_{0,25} = x_{([6 \cdot 0,25+1])} = x_{(2)} = 467$

$\tilde{x}_{0,75} = x_{([6 \cdot 0,75+1])} = x_{(5)} = 523$

$Q_{0,25} = 523 - 467 = 56$

	399	467	478	488	523	602
399	-	68	79	89	124	203
467	-	-	11	21	56	135
478	-	-	-	10	45	124
488	-	-	-	-	35	114
523	-	-	-	-	-	79
602	-	-	-	-	-	-

$$S_G = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i<j} |x_i - x_j| n_{ij} = \frac{2}{6 \cdot 5} 1193 = 79{,}53$$

Aufgabe 2:

a)

i) $G_3 = 2G_2 = 4G_1$

$$600.000 = 200G_1 + 100G_2 + 50G_3$$
$$= 200G_1 + 100 \cdot 2G_1 + 50 \cdot 4G_1$$
$$= 600G_1$$

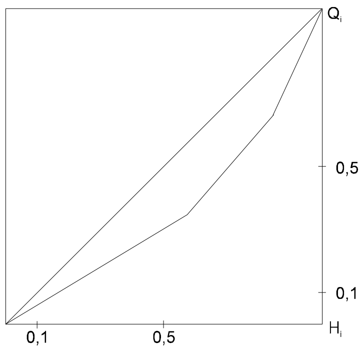
$\Rightarrow$ $G_1 = 1000$

$G_2 = 2000$

$G_3 = 4000$

ii)

	x_i	n_i	h_i	$x_i n_i$	q_i	Q_i	H_i
G_1	1000	200	0,5714	200000	$0,\overline{3}$	$0,\overline{3}$	0,5714
G_2	2000	100	0,2857	200000	$0,\overline{3}$	$0,\overline{6}$	0,8571
G_3	4000	50	0,1429	200000	$0,\overline{3}$	1	1



iii) $D_G = \sum q_i \left(H_i + H_{i-1}\right) - 1$

	H_i	$H_i + H_{i-1}$	$(H_i + H_{i-1})q_i$
G_1	0,5714	0,5714	0,1905
G_2	0,8571	1,4285	0,4762
G_3	1	1,8571	0,619
			1,2857

$$D_G = 1{,}2857 - 1 = 0{,}2857$$

b)

i) $x_{mod} = "ja"$

ii)

x\y	ja	nein	Σ
ja	27	33	60
nein	18	22	40
Σ	45	55	100

iii) $h(Y = ja | X = ja) = h(Y = ja) = 0{,}45 = 45\%$

iv) Bestandsmasse, diskret, nominalskaliert

v) ein-eindeutige Transformation, denkbar wäre auch z.B. ja = 185 und nein = -32

<u>Aufgabe 3:</u>

a)

i) $B_{yx} = \dfrac{s_{\hat{y}}^2}{s_y^2}$

$\hat{y} = 100 + 5x$

$\Rightarrow s_{\hat{y}}^2 = 5^2 s_x^2 = 25 \cdot 100 = 2500$

$B_{xy} = \dfrac{2500}{4000} = 0{,}625$

ii) $s_{xy} = r_{xy} s_x s_y = \sqrt{0{,}625}\sqrt{100}\sqrt{4000} = 500$

b)

i) $r_{xy} = \sqrt{bd} = \sqrt{0{,}5 \cdot \dfrac{13}{22}} = 0{,}54$

ii) Die Geraden schneiden sich im Schwerpunkt $(\overline{x}, \overline{y})$

I. $\overline{y} = 3{,}5 + 0{,}5\overline{x} \Rightarrow \overline{x} = 2\overline{y} - 7$

II. $\overline{x} = \dfrac{32}{22} + \dfrac{13}{22}\overline{y}$

$2\overline{y} - 7 = \dfrac{32}{22} + \dfrac{13}{22}\overline{y}$

$2\overline{y} - \dfrac{13}{22}\overline{y} = \dfrac{32}{22} + 7$

$\overline{y} = 6 \qquad \overline{x} = 2 \cdot 6 - 7 = 5$

c)

i) $P_{0t}^L = 1{,}1 \cdot 0{,}1 + 0{,}9 \cdot 0{,}3 + 1{,}2 \cdot 0{,}05 + 1{,}15 \cdot 0{,}45 + 0{,}95 \cdot 0{,}1 = 1{,}0525$

ii) $W = P_{ot}^L Q_{0t}^L + C = 1{,}0525 \cdot 1{,}1 - 0{,}25 = 0{,}90775$

Nachklausur SS 98

Aufgabe 1

a)

i) $y'(t) = \frac{1}{2}t - 2$

$$r(t) = \frac{y'(t)}{y(t)} = \frac{\frac{1}{2}t - 2}{\frac{t^2}{4} - 2t + 10}$$

$$r(12) = \frac{\frac{12}{2} - 2}{\frac{12^2}{4} - 2 \cdot 12 + 10} = \frac{4}{22} = 0{,}1818$$

ii)

t	y_t	r_t	w_t
1	10	-	-
2	8	-0,2	0,8
3	7	-0,125	0,875
4	6	-0,143	0,857
5	4	-0,333	0,667
6	5	0,25	1,25
7	8	0,6	1,6
8	10	0,25	1,25
9	12	0,2	1,2
10	14	0,167	1,167
11	16	0,143	1,143
12	20	0,25	1,25
Summe	120		

$$\overline{w}_t = \sqrt[11]{20/10} = \sqrt[11]{2} = 1{,}065$$

$$\overline{r}_t = 1{,}065 - 1 = 0{,}065 \mathrel{\hat{=}} 6{,}5\%$$

iii) aktueller Gesamtabsatz: 120.000 Stück

$$120.000 \cdot 1{,}065^t = 300.000$$

$$\Leftrightarrow 1{,}065^t = 2{,}5$$

$$\Leftrightarrow t \cdot \ln 1{,}065 = \ln 2{,}5$$

$$\Rightarrow t = \frac{\ln 2{,}5}{\ln 1{,}065} = 14{,}55$$

b) i) $\overline{x} = \frac{1}{8}\left(x_1 + 4124\right)$

$$\Rightarrow x_1 = 577{,}5 \cdot 8 - 4124 = 496$$

$$\overline{y} = \frac{1}{T}\sum y_t = \frac{1}{8}(68 + 75 + 84 + 93 + 86 + 72 + 66 + 54) = 74{,}75$$

$$s_{xy} = \frac{1}{T}\sum x_t y_t - \overline{x}\,\overline{y} = \frac{1}{8}341667 - 577{,}5 \cdot 74{,}75 = -484{,}75$$

ii) $r_{xy} = \dfrac{s_{xy}}{s_x s_y}$

$$s_x^2 = \frac{1}{T}\sum x_t^2 - \overline{x}^2 = \frac{1}{8}2703906 - 577{,}5^2 = 4482$$

$$s_y^2 = \frac{1}{T}\sum y_t^2 - \overline{y}^2 = \frac{1}{8}45806 - 74{,}75^2 = 138{,}1875$$

$$r_{xy} = -\frac{484{,}75}{\sqrt{4482 \cdot 138{,}1875}} = -0{,}616$$

<u>Aufgabe 2</u>

a)

km	m_i	n_i	$m_i n_i$	h_i	H_i	h_i^*
0 - 1	0,5	49	24,5	0,07	0,07	0,07
1 - 5	3	168	504	0,24	0,31	0,06
5 - 15	10	245	2450	0,35	0,66	0,035
15 - 30	22,5	126	2835	0,18	0,84	0,012
30 - 50	40	112	4480	0,16	1	0,008
Summe		700	10293,5	1		

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum m_i n_i = \frac{1}{700}10293{,}5 = 14{,}705$$

$$\tilde{x}_{0,5} = x'_{k-1} + \frac{b_k(0{,}5 - H_{k-1})}{h_k} = 5 + \frac{10(0{,}5 - 0{,}31)}{0{,}35} = 10{,}43$$

$$x_{mod} = 0{,}5$$

Wegen $x_{mod} < \tilde{x}_{0,5} < \overline{x}$ ist die Verteilung linkssteil.

b)

i) $P^L_{89,93} = \dfrac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = \dfrac{20 \cdot 100 + 70 \cdot 100 + 30 \cdot 100}{10 \cdot 100 + 60 \cdot 100 + 30 \cdot 100} = \dfrac{12000}{10000} = 1{,}2$

$$P^P_{89,93} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} = \frac{20 \cdot 50 + 70 \cdot 80 + 30 \cdot 60}{10 \cdot 50 + 60 \cdot 80 + 30 \cdot 60} = \frac{8400}{7100} = 1{,}183$$

ii) $W_{89,93} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} = \frac{8400}{10000} = 0{,}84$ $\qquad Q^P_{89,93} = \frac{W_{89,93}}{P^L_{89,93}} = \frac{0{,}84}{1{,}2} = 0{,}7$

iii) $P^P_{89,93} Q^P_{89,93} = 1{,}183 \cdot 0{,}7 = 0{,}8281 \neq W_{89,93} = 0{,}84$

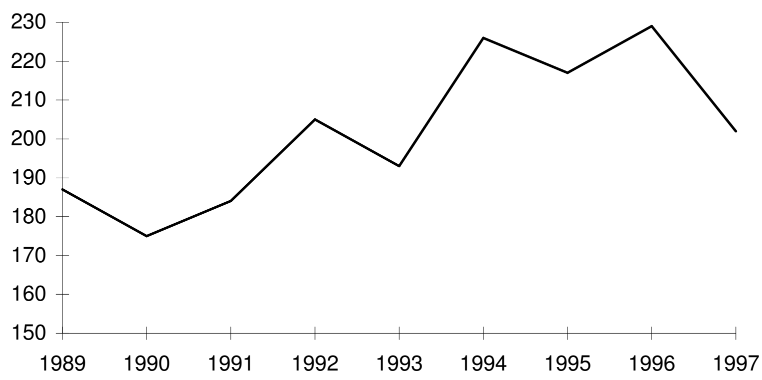
<u>Aufgabe 3</u>

a) i + ii)

x_i	n_i	h_i	H_i	q_i	Q_i	s_i	$H_i + H_{i-1}$	$(H_i + H_{i-1})q_i$
1	72	0,6667	0,6667	0,4311	0,4311	0,6466	0,6667	0,2874
2	23	0,2130	0,8797	0,2754	0,7065	1,2930	1,5464	0,4259
3	7	0,0648	0,9445	0,1257	0,8322	1,9398	1,8242	0,2293
4	3	0,0278	0,9723	0,0719	0,9041	2,5863	1,9168	0,1378
5	2	0,0185	0,9908	0,0599	0,9640	3,2378	1,9631	0,1176
6	1	0,0093	1	0,0359	1	3,8602	1,9908	0,0715
Summe	108	1		1				1,2695

$D_G = 1{,}2695 - 1 = 0{,}2695$

b) i)



ii) Annahme: t = t* = -4, -3, ..., 3, 4

$\hat{y}_{t^*} = a + b \cdot t^*$

$$a = \frac{\sum y_t}{T} = \frac{1818}{9} = 202$$

$$b = \frac{\sum ty}{\sum t^2} = \frac{309}{60} = 5{,}15$$

$\hat{y}_{t^*} = 202 + 5{,}15 \cdot t^*$

iii) $\hat{y}_4 = 202 + 5{,}15 \cdot 4 = 222{,}6$

iv) $y^P_5 = 0{,}5 \cdot y_4 + 0{,}5 \cdot y^P_4 = 0{,}5 \cdot 202 + 0{,}5 \cdot 222{,}6 = 212{,}3$