Prof. Dr. P. v. d. Lippe

Erzeugende Funktionen einiger wichtiger eindimensionaler Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Name	Wahrscheinlichkeits Verteilung	Wahrscheinlichkeits-erzeugende Funktion	Momenterzeugende Funktion (MEF)	Charakteristische Funktion
Zweipunkt (Bernoulli) Verteilung B(1,p)	$f(x)=\begin{cases} p & \text{für } x=1 \\ 1-p=q & \text{für } x=0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$	pt + q	$pe^t + q$	$pe^{it} + q$; $i^2 = -1$
Binomialver-teilung B(n,p)	$\binom{n}{x} p^x q^{n-x}$	$(pt+q)^n$ Expansion des Binoms p + q	$(pe^t+q)^n$	$(pe^{it}+q)^{n\ n}$ $=(1-p(1-e^{it}))^n$ Faltung der Zwei-punktvereilung
Geometrische Verteilung	$(1-p)^x p = q^x p$	$p(1-qt)^{-1} = \frac{p}{1-qt}$	$\frac{p}{1-qe^t}$	$\frac{p}{1-qe^{it}}$
Negative Binomialver-teilung	$\binom{n-1}{k-1} p^k q^{n-k}$	$p^k(1-qt)^{-k} = \left(\frac{p}{1-qt}\right)^k$	$\left(\frac{p}{1-qe^t}\right)^k$	$\left(\frac{p}{1-qe^{it}}\right)^k$ Faltung der geometr. Verteil.
Gleichver-teilung (gleich-mäßige V.)	$P(x=a_j)=\frac{1}{n}; j=1,\dots,n$ $a \in R, a_1 \le a_2 \le .. \le a_n$	$\frac{1}{n}(ta_1 + ta_2 + \dots + ta_n)$	$\frac{1}{n}(e^{ta_1} + .. + e^{ta_n})$	$\frac{1}{n}\sum_j e^{ita_j}$
Poisson Ver-teilung P(λ)	$e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$	$e^{\lambda(t-1)} = \exp[\lambda(t-1)]$	$e^{\lambda(e^t-1)}$	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$
Exponential Verteilung	$\lambda e^{-\lambda x}$	*)	$\frac{\lambda}{\lambda-t}$	$\frac{\lambda}{\lambda-it}$
Normal-Verteilung a) Allgem. NV	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2$	*)	$\exp\left(\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\right)$	$\exp\left(i\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^2\right)$
b) Standard NV	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}Z^{"}}$	*)	$\exp\left(\frac{1}{2}t^2\right)$	$\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)$

*) $X \in N$ daher nicht definiert bei stetigen Verteilungen