A. Multiple Choice Teil der Klausur (22 Punkte)

1	1 Punkt	

Homoskedastizität bedeutet dass

a) Annahme B2 gilt, d.h. dass die *geschätzten* Störgrößen $\hat{u}_t$ über alle Zeitpunkte t gerechnet eine konstante Varianz haben,
b) alle *wahren* Störgrößen (der Grundgesamtheit) u_t für alle t = 1, …, T die gleiche Varianz σ^2 haben, also $\mathrm{var}(u_t) = \sigma^2_{u_t} = \sigma^2 \; (\forall\, t)$,
c) alle wahren Störgrößen u_t für alle t = 1, …, T die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung (die eine Normalverteilung ist) haben,
d) wie c aber außerdem auch, dass im Modell keine verzögerte endogene Variable erscheint.

2	1 Punkt	

Eine Verletzung der Annahme A2 (**Linearität**) bedeutet, dass

a) die Regressionsfunktion in der Grundgesamtheit nichtlinear ist, aber mit den Daten der Stichprobe die lineare Regressionsfunktion $\hat{y}_t = \alpha + \beta x_t$ geschätzt wurde,
b) man zwar in der Grundgesamtheit eine ("wahre") lineare Regressionsfunktion hat, bei der Schätzung der Parameter aus der Stichprobe aber eine nichtlineare Funktion zugrunde legt,
c) die Regressionsfunktion in der Stichprobe nichtlinear in den Variablen ist und man versäumt hatte, vor der Schätzung der Parameter die Variablen mit der Box-Cox Transformation geeignet zu transformieren,
d) die Regressionsfunktion in der Stichprobe nichtlinear in den Parametern ist.

3	1 Punkt	

Wenn für die Störgrößen u_t (also $u_1, \ldots, u_T$) die Annahmen B1 bis B3 gelten, dann

a) gilt das Gauss Markoff Theorem für die Schätzung der Regressionskoeffizienten mit der Methode der kleinsten Quadrate (OLS),
b) haben unter den linearen und erwartungstreuen Schätzern die OLS Schätzer (von α und β) die kleinste Varianz,
c) beide Antworten a und b sind richtig,
d) beide Antworten a und b sind falsch, denn die Aussagen unter a und b gelten unter den genannten Voraussetzungen (Geltung von Annahme B1 bis B3) für beliebige Schätzmethoden, nicht nur für die Methode der kleinsten Quadrate.

4	1 Punkt	

Wann ist es erstrebenswert, dass die Nullhypothese H_0 angenommen und **nicht** abgelehnt wird?

a) Wenn zu prüfen ist, ob ein Regressor x_j einen signifikanten Einfluss auf y hat oder aber irrelevant ist (H_0 lautet dann $\beta_j = 0$),
b) Wenn H_0 lautet $\beta_j > 0$, so dass der Regressor x_j einen signifikanten Einfluss hat,
c) Wenn zu prüfen ist, ob die Modellvoraussetzungen (etwa A1, A2, bis C2) erfüllt sind,
d) wenn die Stichprobenverteilung der Prüfgröße nicht gegeben ist, weil die Alternativhypothese H_1 lautet $\beta = 0$, bzw. es liegt *keine* ("null") Annahmeverletzung vor.

5	1 Punkt	

Welcher der im Folgenden genannten Tests beruht auf einer F-verteilten Prüfgröße F, dem Verhältnis (zusätzlich) erklärter Varianz zur Residualvarianz (im nicht restringierten Modell)? Der

a) Durbin Watson Test,
b) CUSUM Test,
c) Jarque Bera (JB) Test,
d) Test auf omitted bzw. redundant variables.

6	1 Punkt	

Bei welchem Test wird in einer zweiten Stufe eine Hilfsregression mit den Regresswerten (fitted values) $\hat{y}_t^2$, $\hat{y}_t^3$ … usw. gerechnet

a) Breusch Pagan Test
b) Breusch Godfrey Test
c) White Test
d) Ramsey's RESET Test

7	1 Punkt	

Als Instrumentvariable (Instrumentalvariable) eignet sich eine Variable z, die

a) mit dem Regressor x (bzw. den Regressoren x_1, x_2,…) gut korreliert und mit u möglichst nicht korreliert
b) mit der abhängigen Variable y gut korreliert und mit u möglichst nicht korreliert
c) sowohl von den Regressoren x_1, x_2, … als auch von u unabhängig ist
d) keine Zufallsvariable ist

8	3 Punkte	

Bei einem exakt identifizierten Modell kann man die Koeffizienten der Gleichung (der strukturellen Form)

a) überhaupt nicht schätzen
b) mit der indirekten Methode der kleinsten Quadrate (ILS) schätzen
c) mit der Instrument(al)variablen-Methode (IV Methode) schätzen
d) Antwort b und c ist richtig und beide Methoden laufen auf das Gleiche hinaus

Gegeben sei die strukturelle Form des Zwei-Gleichungs-Modells (in deviation scores) mit

(1) $y_{1t} = \beta_2 y_{2t} + \gamma_1 x_{1t} + u_{1t}$ und (2) $y_{2t} = \beta_1 y_{1t} + \gamma_2 x_{2t} + u_{2t}$

Bitte füllen Sie die Lücken aus

Die reduzierte Form hat	Koeffizienten
Es sind insgesamt	Koeffizienten der strukturellen Form zu schätzen

Eine Schätzung der Koeffizienten der strukturellen Form aufgrund einer Schätzung der Koeffizienten der reduzierten Form mit der Methode der kleinsten Quadrate nennt man

a) zweistufige Methode der kleinsten Quadrate (TSLS = 2sLS)
b) gewöhnliche Methode der kleinsten Quadrate (OLS)
c) indirekte Methode der kleinsten Quadrate (ILS)
d) verallgemeinerte Methode der kleinsten Quadrate (GLS)

9	1 Punkt	

Ein *konsistenter* Schätzer $\hat{\theta}$ für den zu schätzenden Parameter θ der Grundgesamtheit (etwa $\hat{\beta}_1$ für β_1 oder $\hat{\sigma}^2$ für σ^2)

a) ist mindestens asymptotisch erwartungstreu
b) hat bei größer werdendem Stichprobenumfang T einen immer kleineren Mean Square Error (MSE), d.h. Bias und Varianz verschwinden mit $T \rightarrow \infty$.
c) es gilt a und b und $\hat{\theta}$ konvergiert mit Wahrscheinlichkeit gegen θ. Es gilt also $\text{plim}(\hat{\theta}) = \theta$ und $\hat{\theta}$ kommt mit $T \rightarrow \infty$ dem wahren Wert θ beliebig nahe
d) es gilt c und ein konsistenter Schätzer ist stets auch erwartungstreu und effizient.

10	3 Punkte	

Bei der Schätzung der Parameter α, β, … eines Modells können sich aufgrund von Annahmeverletzungen folgende drei Probleme ergeben. Tragen Sie jeweils in das freie Feld ein, was für eine Schätzeigenschaft (Erwartungstreue,…) hier gemeint ist, oder ob es sich gar nicht um ein Problem handelt, weil es ohnehin immer auftritt

Problem	es geht um
1) Das Konfidenzintervall für den Regressionskoeffizienten (etwa β) ist breiter als es eigentlich sein sollte	
2) $\hat{\beta}$ ist zwar nicht gleich β, zöge man aber alle möglichen Stichproben vom Umfang n aus der Grundgesamtheit, dann wäre $\hat{\beta}$ *im Mittel* gleich β	
3) Auch wenn eine noch so große Stichprobe gezogen werden würde, dann würde sich $\hat{\beta}$ trotzdem nicht an β annähern	

11	2 Punkte	

Bezüglich des Erwartungswertes des Regressionskoeffizienten $E(\hat{\beta}^*)$ und der Varianz des geschätzten Regressionskoeffizienten $\text{var}(\hat{\beta}^*)$ im Verhältnis zu den entsprechenden Größen im richtigen (richtig dimensionierten) Modell (ohne *) sind folgende Fälle zu unterscheiden:

	$\text{var}(\hat{\beta}^*) > \text{var}(\hat{\beta})$	$\text{var}(\hat{\beta}^*) = \text{var}(\hat{\beta})$
$E(\hat{\beta}^*) \neq E(\hat{\beta})$	a	c
$E(\hat{\beta}^*) = E(\hat{\beta})$	b	d

Bitte den richtigen Buchstaben a, b, c oder d in das freie Feld eintragen

Bei einem überladenen (overfitted) Modell (bei dem auch irrelevante Regressoren in der Regressionsgleichung auftreten) gilt	
Bei einem unvollständigen (underfitted) Modell mit "omitted variables" (relevante Variablen fehlen) gilt	

12	1 Punkt	

Die Anwendbarkeit des Durbin-Watson-Tests setzt voraus, dass in der Regressionsgleichung

a) ein Absolutglied und keine verzögerte endogene Variable erscheint,
b) wie a aber außerdem auch die Störgröße einem AR (1) Prozess folgt und nicht einem autoregressiven Prozess höherer Ordnung,
c) wie b aber außerdem u auch homoskedastisch ist,
d) wie c aber außerdem auch das Korrelogramm keine negativen Werte enthält.

13	2 Punkte	

Gegeben seien T = 55 Jahresdaten für die Bundesrepublik für eine lineare einfache Regression $y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$, wobei wir mit zwei Strukturbrüchen aufgrund von Gebietsveränderungen rechnen müssen, so dass man drei Teilintervalle hat 1950 – 1960, 1961 – 1990 und 1991 – 2005 hat. Es gilt

$\alpha_{II} = \alpha_I + \gamma_1$ und $\alpha_{III} = \alpha_I + \gamma_2$ und entsprechend $\beta_{II} = \beta_I + \delta_1$ und $\beta_{III} = \beta_I + \delta_2$
Um die Strukturbrüche zu modellieren und die Parameter mit *einer* Regressionsfunktion zu schätzen braucht man (bitte jeweils Richtiges ankreuzen)

Anzahl der Dummies			Anzahl der Regressoren in der Gleichung		
1	2	3	4	5	6

14	1 Punkt	

Das Gauss Markoff Theorem

a) gilt für die Methode der kleinsten Quadrate (OLS) als Schätzmethode für die Regressionskoeffizienten,
b) besagt, dass unter den linearen und erwartungstreuen Schätzern die OLS Schätzer (von α und β) die kleinste Varianz haben,
c) setzt für die Störgrößen u_t (also $u_1, \ldots, u_T$) die Geltung der Annahmen B1 bis B3 voraus,
d) alle Antworten a bis c sind richtig.

15	2 Punkte	

Formulieren Sie die Nullhypothese H_0 bei folgenden Modellen

Fragestellung	Formulierung der H_0
1) Modell $y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t$ Frage: Sind die Regressoren x_2 und x_3 "relevant" (haben sie Einfluss auf y) oder "redundant"?	
2) Model $y_t = \alpha_I + \beta_I x_t + \gamma D_t + \delta(D_t x_t) + u_t$ Frage: Liegt ein Strukturbruch vor? D_t ist eine Dummy Variable D_t = 1 in einem Teilzeitraum T_I und 0 sonst (im Zeitraum T_{II})	

Ende des Multiple Choice Teils

B. Rechenaufgaben und verbal zu beantwortende Aufgaben (44 Punkte)

16	15 Punkte	

Gegeben seien für T = 60 Daten mit den folgenden Rechenergebnissen bei einer einfachen linearen Regression $\sum \hat{u}^2 = S_{\hat{u}\hat{u}}$ = 1160 sowie $s_x^2 = S_{xx}/T$ = 20 und $s_y^2 = S_{yy}/T$ =30. Ferner ist $\sum x_t^2$ = 5040.

a) Füllen Sie bitte die folgende Tabelle (Varianzanalyse, F-Test) aus (einschließlich der Berechnung der Prüfgröße F). (6 Punkte)

Variation (sum of squares)	Freiheitsgrade (degrees of freedom)	Varianz (mean square)
erklärt		
residual		
total S_{yy}		

Für die Prüfgröße F erhält man den Wert F =

Wie ist F verteilt? (Name und Parameter der Verteilung):

Die Größe $\sqrt{F}$ = ……………… .ist in diesem Fall auch eine Prüfgröße. Welche? (hierfür zwei Zusatzpunkte möglich)

b) Man bestimme aufgrund der obigen Tabelle den Schätzer $\hat{\sigma}^2$ für die Varianz der Störgröße und das Bestimmtheitsmaß R^2 (und den Korrelationskoeffizienten) sowie das korrigierte Bestimmtheitsmaß. (3 Punkte)

c) Man bestimme und interpretiere* die Größen $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2 = \hat{\sigma}^2/S_{xx}$ und $\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}}^2 = \overline{x^2} \cdot \hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2$. (3 Punkte)

d) Für die Kovarianz gilt $s_{xy} = \sqrt{R^2 s_x^2 s_y^2}$ und $\hat{\beta} = s_{xy}/s_x^2$ = 0,730296. Das 95% Konfidenzintervall ($t \approx 2$) hat dann die folgende Unter- und Obergrenze: (2 Punkte)

e) Wie groß ist die Prüfgröße t für $\hat{\beta}$ in diesem Fall? Ist dann H_0 anzunehmen oder abzulehnen? (1 Punkt)

* Wofür werden die Größen verwendet und wie kann man anschaulich (plausibel) erklären, wovon sie abhängen?

17	15 Punkte	

In der folgenden Aufgabe (bezieht sich auf Download F) werden die Geburten u.a. erklärt mit x_1 = Zahl der Eheschließungen, x_2 = Geburtenüberschuss und x_3 = Erwerbsquote der Frauen. Die linke Regression sei **Regr. 1** und die rechte **Regr. 2** genannt

Dependent Variable: GEB
Method: Least Squares
Date: 01/26/11 Time: 17:33
Sample: 1965 2003
Included observations: 39

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-184244.3	119580.1	-1.540760	0.1319
EHEN	2.156519	0.240177	8.978889	0.0000

R-squared	0.685429	Mean dependent var	881329.9
Adjusted R-squared	0.676927	S.D. dependent var	161299.8
S.E. of regression	91682.03	Akaike info criterion	25.73996
Sum squared resid	3.11E+11	Schwarz criterion	25.82527
Log likelihood	-499.9292	F-statistic	80.62045
Durbin-Watson stat	0.196571	Prob(F-statistic)	0.000000

Dependent Variable: GEB
Method: Least Squares
Date: 06/18/08 Time: 14:42
Sample: 1965 2003
Included observations: 39

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	982950.0	153232.9	6.414745	0.0000
EHEN	0.395502	0.154948	2.552481	0.0152
UEBER	0.861302	0.036358	23.68961	0.0000
QUOTE	-5278.879	1590.111	-3.319818	0.0021

R-squared	0.985826	Mean dependent var	881329.9
Adjusted R-squared	0.984611	S.D. dependent var	161299.8
S.E. of regression	20009.81	Akaike info criterion	22.74275
Sum squared resid	1.40E+10	Schwarz criterion	22.91337
Log likelihood	-439.4836	F-statistic	811.4171
Durbin-Watson stat	0.898089	Prob(F-statistic)	0.000000

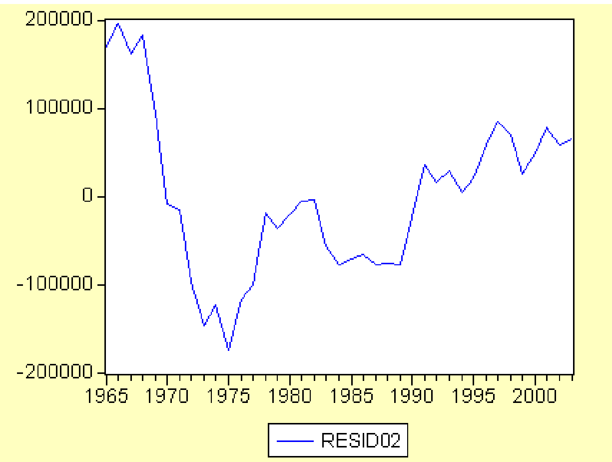
a) Wie groß ist in **Regr. 1** (7 Punkte)

$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_u$		T – K - 1	
$S_{\hat{u}\hat{u}}$		$P(\hat{\alpha} \leq -184244.3)$	
$\dfrac{S_{\hat{u}\hat{u}}}{S_{yy}}$		$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}}$	

b) Die geschätzte Störgrößen $\hat{u}_t$ aus **Regr. 1** heißt RESID02 und sie sind auf dem Bild links unten graphisch dargestellt. Was ist der Graphik zu entnehmen? (1 Punkt)
(Sie können Ihre Bemerkungen auch auf die Rückseite dieser Aufgabe schreiben)

Schreiben Sie bitte die dem Schätzergebnis rechts unten zugrundeliegende Regressionsgleichung auf. Bei welchem Test wird eine Regressionsgleichung dieser Art betrachtet? (2 Punkte)

$$\hat{u}_t^2 = 1{,}78 \cdot 10^{11} 797537{,}9 \cdot x_1 + 0{,}0904661 \cdot x_1^2$$



Dependent Variable: RESID02^2
Method: Least Squares
Date: 01/26/11 Time: 17:54
Sample: 1965 2003
Included observations: 39

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.78E+11	7.03E+10	2.528912	0.0160
EHEN	-797537.9	285521.5	-2.793267	0.0083
EHEN^2	0.904651	0.286929	3.152874	0.0033

R-squared	0.499569	Mean dependent var	7.97E+09
Adjusted R-squared	0.471767	S.D. dependent var	1.04E+10
S.E. of regression	7.53E+09	Akaike info criterion	48.39497
Sum squared resid	2.04E+21	Schwarz criterion	48.52293
Log likelihood	-940.7019	F-statistic	17.96899
Durbin-Watson stat	1.138573	Prob(F-statistic)	0.000004

c) Was bedeutet in **Regr. 2** das negative Vorzeichen von Quote (x_3)? Ist das plausibel? (1 Punkt)

d) Wie kann man feststellen, ob die in **Regr. 2** hinzugekommenen Regressoren x_2 und x_3 einen signifikanten Erklärungsbeitrag leisten (weshalb bei Gleichung **Regr. 2** auch R^2 größer ist als bei **Regr. 1**)? Führen Sie auch den entsprechenden Test durch. (4 Punkte)

18	4 Punkte	

Variablensubstitution und Variablentransformation (darunter auch speziell die Box-Cox-Transformation) sind Möglichkeiten, eine nichtlineare Regressionsfunktion zu "linearisieren". Gegeben seien die folgenden Regressionsfunktionen

(1) $\hat{y}_t = \alpha + \beta \frac{1}{x_t} + \gamma x_t^2$ und (2) $\hat{y}_t = \alpha x_{1t}^{\beta} x_{2t}^{\gamma}$.

Zeigen Sie wie man die beiden Gleichungen linearisieren kann und geben Sie an ob Ihre Art der Linearisierung eine Variablensubstitution (S) oder eine Variablentransformation (T) darstellt

Modell	linearisierte Form	S/T
(1)		
(2)		

19	4 Punkte	

Es gibt Fälle, in denen man durch eine geeignete Transformation der Variable x zur Variable x* (entsprechend von y zu y*) trotz Verletzung einer Annahme des "klassischen" Modells der multiplen Regression zu besten linearen unverzerrten Schätzern der Parameter α und β, bzw β_1, β_2, ... , β_K, gelangen kann (sowie zu brauchbaren Hypothesentests über die Parameter)* Bitte richtiges Feld ankreuzen

Transformation	Nicht-linearität	Heteroske-dastizität	Autokorre-lation	Multikol linearität
Box-Cox- Transformation				
$x_t^* = x_t - \rho x_{t-1}$, $y_t^* = y_t - \rho y_{t-1}$				
$\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$ (Differenzenbildung)				
$x_t^* = \frac{1}{\sqrt{x_t}} x_t$, $y_t^* = \frac{1}{\sqrt{x_t}} y_t$				

* ob dies sinnvoll ist kann jedoch auch umstritten sein

20	2 Punkte	

Der Computerausdruck bei Aufgabe 17 (linke Regressionsgleichung, **Regr. 1**) weist hin auf

	positive Autokorrelation
	negative Autokorrelation

Als Tabellenwerte für die Prüfgröße beim...Test auf Autokorrelation erhält man bei 5% Signifikanzniveau und einem Regressor) $d_L = 1{,}43$, $d_U = 1{,}54$ (L = lower, U = upper). Wie lautet H_0 und H_1 und Ihre Testentscheidung

21	4 Punkte	

a) Warum ist es nicht möglich, die Varianzen und Kovarianzen der Störgrößen in der Matrix

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1T} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{1T} & \sigma_{2T} & \dots & \sigma_T^2 \end{bmatrix}$$ zu schätzen?

b) Welche Möglichkeiten sind Ihnen bekannt, Homoskedastizität zu erreichen, bzw. die Anzahl der zu schätzenden σ^2 Größen auf der Hauptdiagonale von $\mathbf{\Omega}$ zu verringern

c) Welche Möglichkeit kennen Sie, um die Anzahl der außerhalb der Hauptdiagonale zu schätzenden Größen σ_{12}, σ_{13}, …, σ_{1T}, σ_{23} auf nur einen Parameter zu verringern?