

DISKUSSIONSBEITRÄGE

aus dem

Fachbereich

WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTEN

der

UNIVERSITÄT DUISBURG - ESSEN
Campus Essen

Nr. 146

September 2005

**Methoden der Verkettung von Quartalsergebnissen
für deflationierte Aggregate der
Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung**

Peter von der Lippe
Janina Küter

**Methoden der Verkettung von Quartalsergebnissen für
deflationierte Aggregate der Volkswirtschaftlichen
Gesamtrechnung**

von

Peter von der Lippe und Janina Küter

Universität Duisburg-Essen, Campus Essen

Hauptteil	Einführender Text
Anhang 1	Vierseitige Tabelle im Querformat zur Beschreibung der Rechengänge der drei Methoden
Anhang 2	Power Point Folien des Vortrags zu diesem Thema von Peter von der Lippe, gehalten an der Universität Rostock (im Rahmen eines VGR Kolloquiums) am 10. 6. 2005

Einführender Text

1. Das Revidierte System of National Accounts, Annual [ANA] und Quarterly National Accounts [QNA] und Probleme der Verkettung

Das System of National Accounts (SNA 1993) und das darauf abgestimmte Europäische System der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (ESVG 1995) schreibt die Verwendung von Kettenindizes als Deflatoren (Preisindizes für die Preisbereinigung) vor. Da Volumen nicht mehr Aggregate in *konstanten* Preisen eines (für einen Zeitraum festen) Basisjahres sind, wie bei der traditionellen Deflationierung mit einem direkten Paasche Preisindex, sondern auf der Basis jährlich wechselnder Preisgewichte berechnet werden¹, entstehen Probleme mit der Konsistenz (Widerspruchsfreiheit) im Hinblick auf bestimmte Kriterien wie

¹ Pflicht zur Einführung der Vorjahrespreisbasis seit 2005 aufgrund der Entscheidung der EU-Kommission vom 30. November 1998 (konkretisiert Teile des ESVG 95); Änderung dient u.a. der Harmonisierung der Preis- und Volumenmessung

1. die Übereinstimmung von Volumina bei Aggregation über verschiedene Aggregationsstufen. Es ist nicht mehr gesichert, dass die gleichen Definitionsgleichungen zwischen Aggregaten und ihren Teilaggregaten im Falle von Volumen gelten, so wie sie im Fall von Werten gelten²;
2. die Übereinstimmung von Deflatoren (Preisindizes) und Volumen beim Kettenindexansatz und bei direkten Indizes (man spricht von Pfadabhängigkeit im Falle von Kettenindizes, weil diese Übereinstimmung nicht gewährleistet ist);
3. die Kompatibilität der über die Quartale aggregierten Quartalsergebnisse mit dem Jahresergebnis (das Problem, beide Schätzungen aufeinander abzustimmen ist auch als "benchmarking" bekannt);
4. die Möglichkeit Quartalsergebnisse für Volumen sinnvoll (konsistent) zu vergleichen und zwar
 - a) das Quartal q mit dem Quartal $q - 1$ des gleichen Jahres y , also q,y mit $q - 1,y$ (Vorquartalsvergleich)
 - b) gleichnamige Quartale verschiedener Jahre, also q,y mit $q,y - 1$ (Vorjahresvergleich). Dabei ist mit "konsistent" gemeint, dass ein "reiner Mengenvergleich" stattfindet, also Volumen bzw. Volumenindizes verglichen werden, die sich nur aufgrund der Mengen und nicht (auch) der Preise unterscheiden;
5. die Zuverlässigkeit reiner, nur von Mengenveränderungen bestimmter struktureller Vergleiche, d.h. von Aussagen über die Wachstumsbeiträge bestimmter Komponenten (z.B. Konsum, Investition, Außenbeitrag) zum Inlandsprodukt (es dürfen nicht unmotiviert, allein statistisch bedingte Verschiebungen zwischen den relativen Beiträgen der Sektoren auftreten und es müssen auch Saldengrößen, wie der Außenbeitrag etc., sinnvoll mit Kettenindizes berechenbar sein³).

² Die hier angesprochene Konsistenzforderung wird häufig missverständlich "Additivität" genannt. Dabei ist zu beachten, dass dieser Begriff nur einer von dreien ist, bei denen in der Literatur von "Additivität" gesprochen wird (vgl. P. v. d. Lippe, Aggregationseigenschaften (Additivität) von Kettenindizes, in: Hessisches Statistisches Landesamt (Hrsg.), Neunte Konferenz "Messen der Teuerung" Marburg 17./18. Juni 2004 [Tagungsband], S.103 - 114.). Es ist das restriktivste Konzept von "Additivität", nämlich die oben beschriebene Unabhängigkeit des Volumens des Gesamtaggregats von der Art der Zerlegung in (unterschiedlich viele) Teilaggregate. Man kann leicht zeigen, dass eine solche von uns "strukturelle Konsistenz" genannte Forderung für einen Zeitraum von 0 bis t nur dann erfüllt sein kann, wenn Werte mit direkten (nicht Ketten-) Paasche-Preisindizes P_{0t} deflationiert werden. Diese Art "Additivität" – die im Vordergrund entsprechender Betrachtungen zur Deflationierung nach dem (neuen) SNA/93 bzw. ESG/95 steht – ist nicht erfüllt bei Deflationierung mit einem direkten Fisher Index und sie wird auch bei allen Arten von Kettenindizes (die man "indirekte" Vergleiche, über eine Folge von Teilintervallen nennen könnte) nicht erfüllt.

³ Es ist zu fragen, ob die bisher übliche Zerlegung des (stets realen) Wachstums in Beiträge einzelner Komponenten auch bei Kettenindizes aufrecht zu erhalten ist. Dieses Problem sowie die Deflationie-

Die hier angesprochenen Probleme sind teilweise (nämlich Nr. 1, 2, 5) Ergebnis des im SNA bzw. ESVG empfohlenen bzw. vorgeschriebenen Übergangs von direkten Indizes⁴ zu Kettenindizes, teilweise (nämlich Nr. 3 - 5) ergeben sie sich aus dem Nebeneinander von Jahres- und Quartalsrechnung (Annual National Accounts [ANA] und Quarterly National Accounts [QNA]).

Auf die Probleme Additivität (oben Nr. 1), "Drift" (im Vergleich zu direkten Indizes) und damit der Pfadabhängigkeit von Kettenindizes (oben Nr. 2) soll hier nicht eingegangen werden⁵. Die Probleme Nr. 3 und 4 betreffen die Kompatibilität von ANA und QNA sowie die Vergleiche, die üblicherweise von Konjunkturforschern, Prognostikern und amtlichen Statistikern angestellt werden (d.h. es sind auch Probleme für die Produzenten eines konsistenten Systems von ANA und QNA Angaben, nicht nur für die Nutzer der Daten).

Aus der Perspektive der Konjunkturanalyse⁶ erscheint beispielsweise der Vorquartalsvergleich besonders wichtig. Es kann sein, dass solche Vergleiche für alle Quartale sinnvoll möglich sind oder aber bestimmte Vergleiche problematisch sind, weil hier statistisch bedingte Sprünge auftreten (etwa beim Vergleich zwischen dem vierten Quartal des Jahres y mit dem ersten Quartal des Jahres $y + 1$, also jeweils zu Beginn eines neuen Jahres)⁷.

Die folgende Darstellung versucht, die drei für Verkettung von Quartalsangaben über Volumen (bzw. von Volumenindizes) vorgeschlagenen Methoden darzustellen und zu würdigen.

zung einer Saldengröße (also ein Problem der "doppelten Deflationierung") berührt die Frage der "Additivität" der Indexformel (also der Aggregation über Güter vgl. oben Nr. 1), nicht so sehr dagegen die Aggregation über die Zeit, die angesprochen ist bei der Pfadabhängigkeit.

⁴ Leider oft missverständlich "Festbasisindex" genannt.

⁵ Vgl. hierzu P. v. d. Lippe, Chain Indices, A Study in Index Theory, Wiesbaden 2001. Es ist bemerkenswert, dass mit der Vierteljahresrechnung zusätzlich zu den in diesem Buch behandelten Problemen mit Kettenindizes einige weitere Probleme hinzutreten, die dem Analytiker das Leben erheblich erschweren. In der Vergangenheit (Benutzung direkter Paasche Preisindizes) waren während der "Laufzeit" eines Indexes (Deflators) alle Arten von Vergleichen "reine" Mengenvergleiche, weil sie alle auf Basis der gleichen konstant gehaltenen Preise (des Basisjahres) erfolgten. Volumina (und entsprechende Indizes) waren über Waren (Additivität), sowie über Zeitperioden (keine Drift, keine Pfadabhängigkeit) und für verschieden gebildete Teilintervalle (verschiedene Partitionen eines Zeitintervalls) stets widerspruchsfrei vergleichbar. Das ist jetzt nicht mehr so.

⁶ W. Nierhaus (2004): Zur Einführung der Vorjahrespreisbasis in der deutschen Statistik: Besonderheiten der Quartalsrechnung, in: ifo Schnelldienst 15/2004, S. 14-21. In diesem Aufsatz werden die drei im folgenden besprochenen Methoden vor allem unter dem Aspekt der Konjunkturanalyse und -prognose gewürdigt.

⁷ Ein solcher Bruch ist z.B. im Rahmen der Annual Overlap Methode (abgekürzt AO) möglich, nicht dagegen bei der One Quarter Overlap Methode (abgekürzt QO).

Die in diesem Zusammenhang entwickelten Verfahren

Annual Overlap (AO)

One Quarter Overlap (QO; es betrifft das vierte Quartal eines Jahres) und

Over the year (OY)

haben ihre jeweiligen Vor- und Nachteile. Sie wurden ursprünglich vom Internationalen Währungsfonds (IMF) ins Gespräch gebracht⁸.

Die Methoden sind in der Literatur dargestellt und auch in verschiedenen Arbeiten kurz referiert worden⁹. Ein volles Verständnis ist jedoch schwer zu erreichen, ohne dass man sich die Mühe macht, sich einen genauen Überblick über die Vorgehensweise und die einzelnen Rechenschritte zu verschaffen. Leider ist es nicht möglich sich diese Arbeit zu ersparen, wenn man die Methoden voll transparent machen möchte. In der vierseitigen Übersicht im Anhang 1 wird deshalb ein weitgehend durchgerechnetes Beispiel präsentiert.

Die erwähnte Darstellung des IMF bevorzugt die QO-Methode und daneben aber auch die AO-Methode. Dagegen wird von OY abgeraten¹⁰. Die amtliche Statistik einiger Länder, wie u.a. auch Deutschland hat sich für die AO-Methode ausgesprochen.

Welche Methode bevorzugt wird, hängt entscheidend davon ab, welche Konsistenzforderung als besonders wichtig angesehen wird. Es ist zwar nicht explizit bewiesen, dürfte aber unmittelbar einsichtig sein, dass es unmöglich ist, allen Konsistenzanforderungen (oben Nr. 1 bis 5)¹¹ gleichermaßen zu genügen, wenn man sich der Methode der Kettenindizes bedient.

⁸ A. M. Bloem, R. I. Dippelsman und N. O. Maehle, Quarterly National Accounts Manual, IMF, Washington 2001 (zitiert als Bloem et al.).

⁹ Etwa in W. Nierhaus a. a. O. Um ein Nachvollziehen der Rechenschritte im Beispiel zu ermöglichen, sollten auch Zwischenergebnisse angegeben werden, was z.B. in der Arbeit von Nierhaus nicht erfolgt ist. Dort wurden auch die mit Jahresdurchschnittspreisen des Vorjahres ermittelten Volumina (als gemeinsamer Ausgangspunkt aller Methoden) nicht mitgeteilt.

¹⁰ Bloem, Dippelsman, Maehle a.a.o., Textziffer (Tz) 9.41.. Dagegen bevorzugt ein österreichisches Institut genau diese OY Methode, vgl. Fußnote 17.

¹¹ Hinzu kommen weitere wünschenswerte Eigenschaften einer Deflationierung im Rahmen der vierteljährlichen Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (QNA) wie z.B. ein geringer Rechenaufwand, die Möglichkeit aktuelle Ergebnisse zu liefern oder die bereits erwähnte Vermeidung methodisch bedingter Sprünge in Zeitreihen.

2. Kriterium "konsistente Vorquartalsvergleiche" (q,y mit q-1,y)

Im Vorquartalsvergleich ist der Wachstumsfaktor (und damit die Veränderungsrate) der nach der AO Methode deflationierten Aggregate allein von veränderten Mengen bestimmt, wenn es sich um Übergänge zwischen den Quartalen 1 und 2, 2 und 3 und 3 und 4 handelt, nicht jedoch, wenn das Quartal 1 eines Jahres y mit dem Quartal 4 des Vorjahres y-1 verglichen wird. Ein konsistenter Vorquartalsvergleich ist also nur möglich so lange die Volumina $\sum \bar{p}_{i,y-1} q_{i,q,y}$ für verschiedene Quartale q eines Jahres y verglichen werden, nicht jedoch beim Vergleich von $\sum \bar{p}_{i,y-1} q_{i,4,y}$ mit $\sum \bar{p}_{i,y} q_{i,1,y+1}$.

Betrachtet man bei dem zuletzt genannten Vergleich nicht absolute Volumen, sondern verkettete Indizes, so wird verglichen

$$A = \frac{\sum \sum \bar{p}_{y-1} q_{q,y}}{\sum \sum \bar{p}_{y-1} q_{q,y-1}} \cdot \frac{\sum \bar{p}_y q_{1,y+1}}{\frac{1}{4} \sum \sum \bar{p}_y q_{q,y}} \quad \text{mit} \quad B = \frac{\sum \bar{p}_{y-1} q_{4,y}}{\frac{1}{4} \sum \sum \bar{p}_{y-1} q_{q,y-1}} .$$

Im Falle einer Doppelsumme bezeichnet eines der Summenzeichen stets die Summierung über die vier Quartale $q = 1, \dots, 4$. Die zweite Summe betrifft, wie immer die Warenart $i = 1, \dots, n$. Das Subskript i ist zur Vereinfachung weggelassen worden.

Die Relation A/B ist "kontaminiert". Wird sie verglichen mit der reinen Mengenänderung auf der Basis der Durchschnittspreise von y, also A/B verglichen mit $\frac{\sum \bar{p}_y q_{1,y+1}}{\sum \bar{p}_y q_{4,y}}$,

so tritt ein Faktor (der "Verunreinigung") auf, der als Verhältnis von zwei Paasche Preisindizes (beim Übergang von \bar{p}_{y-1} zu \bar{p}_y) gedeutet werden kann. Einer dieser Paasche Preisindizes wird mit den Mengen des vierten Quartals von y-1 und der andere mit den Mengen des gesamten Jahres y-1 gewogen¹².

Brüche beim Jahreswechsel entstehen dagegen beim QO Verfahren nicht. Auch werden dort alle Indexbewegungen allein durch Mengenbewegungen ausgelöst.

¹² Das geht hervor aus einem Vortrag von Robert Kirchner (Deutsche Bundesbank), der im Rahmen der gleichen Veranstaltung an der Universität Rostock gehalten wurde, wie der im Anhang 2 zu findende Vortrag eines der Verfasser (von der Lippe).

3. Kriterium "konsistente Vorjahresvergleiche" (q,y mit q,y-1) und "zeitliche Aggregation"

Hinsichtlich der Vorjahresvergleiche ist die Over the year (OY) Methode besonders zu empfehlen, da dort die verglichenen Volumen von q,y und q,y-1 mit denselben Preisen bewertet sind. Allerdings besteht die OY-Methode aus der Betrachtung von vier unverbunden nebeneinander stehenden Kettenindizes (d.h. faktisch existiert für jedes der $q = 1, \dots, 4$ Quartale ein eigener Kettenindex für die Folge der Jahre $y, y+1, y+2, \dots$). Die durch Aggregation von Quartalergebnissen der QNA gewonnenen Jahresergebnisse stimmen bei der OY Methode jedoch nicht genau mit den autonom (aus der ANA) gewonnenen Jahresergebnissen überein¹³.

Bei der Annual Overlap (AO) Methode kommt es dagegen beim Vergleich mit dem Vorjahr zu Verzerrungen¹⁴. Der Vergleich gleichnamiger Quartale verschiedener Jahre (oben Nr. 4 b) beruht auf zwei Preisstrukturen und ist deshalb kein "reiner" Vergleich von Volumen (als Näherungen an "Mengen"), was i.d.R. als unvorteilhaft bewertet wird.

Das Kriterium der zeitlichen Aggregation, also dass die Summe der vier Quartalergebnisse der QNA kompatibel ist mit dem unabhängig davon in der ANA ermittelten Jahresergebnis, ist dagegen erfüllt und ein Vorteil der AO Methode. Weil man in Deutschland (neben der Vermeidung rein statistisch bedingter Sprünge in einer Zeitreihe von Quartalergebnissen bei Beginn eines neuen Jahres) besonderen Wert auf die zeitliche Konsistenz legt, welches in der Vergangenheit durch die Festpreismethode gegeben war, hat man sich für die AO-Methode entschieden, auch wenn, wie anfangs erwähnt, der IMF¹⁵ die Anwendung von QO kombiniert mit benchmarking als die beste Methode zur Verkettung vierteljährlicher Daten ansieht.

Verzerrungen treten auch beim Vorjahresvergleich bei der One Quarter Overlap (QO) Methode auf, durch die Bezugnahme auf das vierte Quartal des jeweiligen Vorjahres. Bei der QO Methode ist außerdem anzumerken, dass die Veränderungsraten beim Vergleich mit dem Vorjahr einen höheren Wert aufweisen, als bei der AO Methode¹⁶. Zeitliche Konsistenz (Übereinstimmung der Ergebnisse von QNA und ANA) ist bei QO noch weniger gegeben als bei der Over the year Methode, so dass bei QO ein benchmarking erforderlich ist.

¹³ Eurostat 2002: Chain Linking in Quarterly National Accounts – Overview of issues, S.7

¹⁴ Die Korrekturmöglichkeit der Verzerrung soll hier nicht Thema sein

¹⁵ Vgl. Bloem et al.

Zusammenfassung:

Die Methoden unterscheiden sich vor allem in der Berechnung des Verkettungsfaktors, d.h. wie der Anschluss an die soweit entstandene Zeitreihe erfolgt. Die Anknüpfungspunkte (auf die man sich beim Verkettungsfaktor bezieht) können sein

1. der ungewogene Jahresdurchschnitt des Vorjahres (ein Viertel des Jahreswerts als "repräsentatives" Quartal an das man anknüpfen kann, möglichst ohne Brüche oder Unvergleichbarkeit zu erzeugen), so bei der AO Methode,
2. das vierte Quartal des Vorjahres (QO), womit ein Bruch am Jahresanfang weitgehend vermieden wird oder
3. das gleichnamige Quartal des Vorjahres ($y-1$), wobei das Volumen für $q,y-1$ in y neu berechnet werden muss, damit $q,y-1$ und q,y auf der Basis der gleichen Preise verglichen werden kann (OY Verfahren).

Es gibt eine Reihe von mehr oder weniger wichtigen Kriterien zur Beurteilung der Verfahren (vgl. auch Folie 11 in Anhang 2). Je nachdem welches Kriterium für besonders relevant gehalten wird, hat die eine oder die andere Methode besondere Vorzüge. Eine eher seltene Position ist die Bevorzugung der OY Methode, wie es offenbar das österreichischen Institut für Wirtschaftsforschung praktiziert¹⁷ (WIFO Institut), wonach

- OY vor allem den Vorteil hat, dass "die konjunkturelle Interpretation nicht durch Niveausprünge zu Jahresanfang gestört wird" und die Extrapolation der Monatswerte auch möglichst genaue Jahreswerte liefert, während
- der Nachteil von OY, im Unterschied etwa zu AO, nämlich die Nichtadditivität der Quartale zum Jahresergebnis, durch "benchmarking"¹⁸ beseitigt oder wenigstens abgemildert werden kann.

Genau dieser zweite Punkt wird dagegen von vielen Autoren als besonderer Nachteil der OY Methode verstanden¹⁹. Hinzu kommt der Umstand, dass der Rechenaufwand bei OY größer ist als bei den anderen beiden Methoden.

¹⁶ Vgl. Nierhaus, W. (2004), S.17,20

¹⁷ Nach einem Vortrag eines Mitarbeiters des WIFO Instituts, Marcus Scheiblecker am 2.9.2004 bei Statistik Austria in Wien.

¹⁸ nachträgliche Anpassung – oder besser "Korrektur" – der QNA-Ergebnisse an das ANA Resultat, so dass QNA und ANA kompatibel sind

¹⁹ Bloem, Dippelsman, Maehle, a.a.O. halten OY nur ersatzweise für akzeptabel, weil mit dieser Methode die Saisonschwankung verzerrt werden kann. Die präferierten Methoden AO und QO haben ähnliche Ergebnisse, wobei QO vor allem gelobt wird, weil es die glattesten Übergänge erzeugt. Die beste Methode ist für sie wie gesagt QO, denn "chain linking using the one quarter overlap technique, combined with benchmarking to remove any resulting discrepancies between the quarterly and annual data, gives the best result" (Tz. 9.41)

Zum Teil ganz anderen Kriterien folgend hat sich das Statistische Bundesamt in Deutschland für die AO-Methode entschieden: die AO-Methode verlangt wenig Rechenaufwand und kein "benchmarking". Anderen Kriterien, wie Widerspiegelung bzw. Elimination der Saisonkomponente (etwa durch Vorjahresvergleiche) oder besondere Eignung für Vorquartalsvergleiche im Rahmen der Konjunkturanalyse kann dann auf andere Art Rechnung getragen werden. Man kann diese Position befürworten, es sollte jedoch nicht verschwiegen werden, dass alle Schwierigkeiten mit einer Deflationierung im Rahmen der QNA, die kompatibel sein soll mit der ANA, nur eine Konsequenz der nach unserer Meinung verfehlten Entscheidung des SNA (und damit auch des ESVG) für Kettenindizes ist. Das Problem der Additivität ist nur ein und noch dazu nicht einmal der gravierendste Nachteil von Kettenindizes. Erhebliche Nachteile entstehen auch durch die Pfadabhängigkeit, wonach ein Kettenindex trotz gleicher Preise in 0 und t nicht den Wert 1 (oder 100 %) haben muss und sich auch unterschiedliche Ergebnisse ergeben, je nachdem wie das Intervall von 0 bis t in Teilintervalle zerlegt wird²⁰.

Man kann die Pfadabhängigkeit auch als eine spezielle Form einer sehr viel allgemeineren Schwäche von Kettenindizes deuten: Sie haben schwache Aggregationseigenschaften, sowohl was die Aggregation über Waren bzw. Teilindizes betrifft (die bei der Additivität angesprochen ist) als auch was die Aggregation über die Zeit (Pfadabhängigkeit) betrifft. In einem noch allgemeineren Sinn gesprochen kann man zusammenfassend sagen, dass Kettenindizes das "Prinzip des reinen Preisvergleichs" verletzen²¹.

²⁰ Vergleiche ausführlich das zitierte Buch: P.von der Lippe (2001): Chain Indices sowie www.vwl.uni-essen.de/dt/stat/downloads/tes.html

²¹ Siehe hierzu P.v.d. Lippe (2005): Das Ideal des "reinen Preisvergleichs", in: Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Statistik Bd.(Vol.) 225/4

v.d.Lippe/Küter: Verfahren der Verkettung in der vierteljährlichen VGR (Quarterly National Accounts QNA)

Verfahren: Annual Overlap (AO), One Quarter Overlap (QO) und Over the Year (OY)

Gemeinsamer erster Schritt (in der gleichen Weise bei allen drei Verfahren):

Berechnung der Werte W_{qy} und Volumen V_{qy} der Quartale q im Jahr y mit aktuellen Mengen $q_{i,q,y}$ und Durchschnittspreisen $p_{i,...,y-1}$ des Jahres $y - 1$
Symbole: Mengen q , Preise p , Werte W , Volumen V , Subskripte: Warenart i , Quartal q , Jahr y

Jahr y	q	Mengen		Preise		Werte	Volumen*
SD 1		Ware 1	Ware 2	$p_{1,..,1} = 7$	$p_{2,..,1} = 6$	$W_{.1} = 3173$	$V_{.1} = W_1$
2	1	$q_{1,1,2} = 67.4$	$q_{2,1,2} = 57.6$	$p_{1,1,2} = 6.1$	$p_{2,1,2} = 8.0$	$W_{12} = 872$	$V_{12} = 817.4$
	2	$q_{1,2,2} = 69.4$	$q_{2,2,2} = 57.1$	$p_{1,2,2} = 5.7$	$p_{2,2,2} = 8.6$	$W_{22} = 887$	$V_{22} = 828.4$
	3	$q_{1,3,2} = 71.5$	$q_{2,3,2} = 56.5$	$p_{1,3,2} = 5.3$	$p_{2,3,2} = 9.4$	$W_{32} = 910$	$V_{32} = 839.5$
	4	$q_{1,4,2} = 73.7$	$q_{2,4,2} = 55.8$	$p_{1,4,2} = 5.0$	$p_{2,4,2} = 10.0$	$W_{42} = 927$	$V_{42} = 850.7$
SD 2		$q_{1,..,2} = 282.0$	$q_{2,..,2} = 227.0$	$p_{1,..,2} = 5.5^a)$	$p_{2,..,2} = 9.0^b)$	$W_{.2} = 3595^c)$	$V_{.2} = 3336.0^d)$
3	1	$q_{1,1,3} = 76.0$	$q_{2,1,3} = 55.4$	$p_{1,1,3} = 4.5$	$p_{2,1,3} = 10.7$	$W_{13} = 935$	$V_{13} = 917.0$
	2	$q_{1,2,3} = 78.3$	$q_{2,2,3} = 54.8$	$p_{1,2,3} = 4.3$	$p_{2,2,3} = 11.5$	$W_{23} = 967$	$V_{23} = 924.2$
	3	$q_{1,3,3} = 80.6$	$q_{2,3,3} = 54.2$	$p_{1,3,3} = 3.8$	$p_{2,3,3} = 11.7$	$W_{33} = 940$	$V_{33} = 931.5$
	4	$q_{1,4,3} = 83.1$	$q_{2,4,3} = 53.6$	$p_{1,4,3} = 3.5$	$p_{2,4,3} = 12.1$	$W_{43} = 939$	$V_{43} = 939.9$
SD 3				$p_{1,..,3} = 4.0$	$p_{2,..,3} = 11.5$	$W_{.3} = 3782$	$V_{.3} = 3712.6$
4	1	$q_{1,1,4} = 85.5$	$q_{2,1,4} = 53.2$	$p_{1,1,4} = 3.4$	$p_{2,1,4} = 12.5$	$W_{14} = 956$	$V_{14} = 954.5^{**}$
	2	$q_{1,2,4} = 88.2$	$q_{2,2,4} = 52.7$	$p_{1,2,4} = 3.1$	$p_{2,2,4} = 13.0$	$W_{24} = 959$	$V_{24} = 959.6^{**}$
	3	$q_{1,3,4} = 90.8$	$q_{2,3,4} = 52.1$	$p_{1,3,4} = 2.8$	$p_{2,3,4} = 13.8$	$W_{34} = 973$	$V_{34} = 963.1$

* zu Vorjahrespreisen (der Waren 1 und 2)

** bei eigener Rechnung abweichende Ergebnisse 953.8 bzw. 958.85.

SD = Summe bzw. Durchschnitt

a) = ungewogener Durchschnitt der Preise der Ware 1, nämlich 6.1, 5.7 usw. Entsprechendes gilt für 7, 4.0 usw.

b) = ungewogener Durchschnitt der Preise der Ware 2, nämlich 8.0, 8.6 usw. Entsprechendes gilt für 6, 11.5 usw.

c) = Summe aus 872, 887, 910, 927 (also der $W_{q,y}$ summiert über die Quartale) entsprechend d)

d) = Summe der $V_{q,y}$ also 817.4, 828.4 usw.

Rechenbeispiel:

Werte		Volumen	
$W_{12} = 67.4 \cdot 6.1 + 57.6 \cdot 8.0 = 872$	$W_{22} = 69.4 \cdot 5.7 + 57.1 \cdot 8.6 = 887$	$V_{12} = 67.4 \cdot 7 + 57.6 \cdot 6 = 817.4$	$V_{22} = 69.4 \cdot 7 + 57.1 \cdot 6 = 828.4$
$W_{13} = 76.0 \cdot 4.5 + 55.4 \cdot 10.7 = 935$	$W_{14} = 85.5 \cdot 3.4 + 53.2 \cdot 12.5 = 956$	$V_{13} = 76.0 \cdot 5.5 + 55.4 \cdot 9.0 = 916.6$	$V_{14} = 85.5 \cdot 4.0 + 53.2 \cdot 11.5 = 953.8$

Weitere Schritte beim Annual Overlap (AO) Verfahren

Schritt 2: Volumen $V_{q,y}$ umformen in Quartals-Indizes Q des Jahres y bei Bezugnahme auf Durchschnitt (1/4) des gesamten Wertes des Vorjahres also auf $W_{\cdot,y-1}/4$ gem. $Q_{q,y} = V_{q,y} / (W_{\cdot,y-1} / 4) \cdot 100 = (V_{q,y} / \bar{W}_{y-1}) \cdot 100$ (Volumenindizes entsprechen Mengenindizes, daher Symbol $Q_{q,y}$). Für das Jahr $y = 2$ (und entsprechend für $y = 3$ und $y = 4$) bedeutet das (\bar{Q} ist das ungewogene Mittel der vier Quartalswerte)

y	q = 1	q = 2	q = 3	q = 4	Durchschnitt \bar{Q}
y = 2 Quartals Indizes $Q_{q,2}$	$Q_{1,2} = \frac{817.4}{3173/4} \cdot 100 = 103.04$	$Q_{2,2} = \frac{828.4}{3173/4} \cdot 100 = 104.43$	$Q_{3,2} = 105.83$	$Q_{4,2} = 107.24$	105.14
y = 3 $Q_{q,3}$ *	$Q_{1,3} = (917 / 898.75) \cdot 100 = 102.02$	$Q_{2,3} = (924.2 / 898.75) \cdot 100 = 102.83$	$Q_{3,3} = 103.64$	$Q_{4,3} = 104.58$	103.27
y = 4 $Q_{q,3}$ **	$Q_{1,4} = (954.5 / 945.5) \cdot 100 = 100.95$	$Q_{2,4} = (959.6 / 945.5) \cdot 100 = 101.49$			101.81

* $\bar{W}_2 = 3595/4 = 898.75$,

** $\bar{W}_3 = 3782/4 = 945.5$

Schritt 3: Bestimmung des Jahresdurchschnitts des Indexes (Gewinnung des Faktors für die Verkettung)

$\bar{Q}_2 / 100 = V_2 / W_1 = 3336 / 3173 = 1.0514$	$\bar{Q}_3 / 100 = V_3 / W_2 = 3712.6 / 3595 = 1.0327$	$\bar{Q}_4 / 100 = V_4 / W_3 = 3850 / 3782 = 1.018$
--	--	---

Schritt 4: Verkettung bei AO Methode (daher Symbol AK) Verabredung $\check{Q} = \bar{Q} / 100$ (so dass $\check{Q}_{\cdot,2} = 1.0514$, $\check{Q}_{\cdot,3} = 1.0327$, $\check{Q}_{\cdot,3} \cdot \check{Q}_{\cdot,2} = 1.0857$)

Jahr y = 3	y = 4	y = 5
$Q_{1,3}^{AK} = Q_{1,3} \cdot \check{Q}_{\cdot,2}$, $Q_{2,3}^{AK} = Q_{2,3} \cdot \check{Q}_{\cdot,2}$, ... usw.	$Q_{1,4}^{AK} = Q_{1,4} \cdot \check{Q}_{\cdot,2} \cdot \check{Q}_{\cdot,3}$, $Q_{2,4}^{AK} = Q_{2,4} \cdot \check{Q}_{\cdot,2} \cdot \check{Q}_{\cdot,3}$, usw.	$Q_{1,5}^{AK} = Q_{1,5} \cdot \check{Q}_{\cdot,2} \cdot \check{Q}_{\cdot,3} \cdot \check{Q}_{\cdot,4}$ usw.

Rechenbeispiel

Jahr	Indizes	Quartal q = 1	q = 2	q = 3	q = 4
2	Quartalsindizes	$Q_{1,2} = 103.04$	$Q_{2,2} = 104.43$	$Q_{3,2} = 105.83$	$Q_{4,2} = 107.24$
3	Quartalsindizes	$Q_{1,3} = 102.02$	$Q_{2,3} = 102.83$	$Q_{3,3} = 103.64$	$Q_{4,3} = 104.58$
3	Verkettete Quartalsindizes Q^{AK}	$102.02 \cdot 1.0514 = 107.26$	$102.83 \cdot 1.0514 = 108.12$	108.97	109.96
4	Quartalsindizes	$Q_{1,4} = 100.95$	$Q_{2,4} = 101.41$	$Q_{3,4} = 101.78$	$Q_{4,4} = 102.80$
4	Verkettete Quartalsindizes Q^{AK}	$100.95 \cdot 1.0857 = 109.62^*$	$101.41 \cdot 1.0857 = 110.01^*$	110.50	111.61

*) unser Ergebnis: 109.61 und 110.10

Weitere Schritte beim One Quarter Overlap (oder Quarterly Overlap QO) Verfahren

Schritt 2:

Das vierte Quartal $q = 4$ des Jahres $y = 2$ wird nicht (wie beim Volumen) mit Preisen von $y - 1 = 1$ (also $p_1 = 7$ und $p_2 = 6$) berechnet, sondern mit den aktuellen Preisen 5.5 und 9.0 (von y), also statt $V_{42} = 73.7 \cdot 7 + 55.8 \cdot 6 = 850.7$ jetzt $V_{42}^* = 73.7 \cdot 5.5 + 55.8 \cdot 9 = 907.9$; analog geht man in den folgenden Jahren vor. Es ist also zu unterscheiden: Werte W , Volumen (mit Vorjahrespreisen, wie bisher) und neue Volumen V^*

y	Volumen $V_{4,y}$	Wert $W_{4,y}$	Volumen zwecks Verkettung V^*
2	850.7 (mit Preisen $p_{1,..,1} = 7$ und $p_{2,..,1} = 6$)	927.0 (mit Preisen $p_{1,4,2} = 5$ und $p_{2,4,2} = 10$)	907.9 (mit Preisen $p_{1,..,2} = 5.5$ und $p_{2,..,2} = 9$)
3	939.9 (mit Preisen $p_{1,..,2} = 5.5$ und $p_{2,..,2} = 9$)	939.0 (mit Preisen $p_{1,4,3} = 3.55$ und $p_{2,4,3} = 12.1$)	948.8* (mit Preisen $p_{1,..,3} = 4$ und $p_{2,..,3} = 11.5$)

*) Eurostat gibt an 949.5; man erhält aber 948.8 mit $83.1 \cdot 4.0 + 53.6 \cdot 11.5$ (also Mengen von $q = 1, y = 4$ mit Preisen von $q = 4, y = 3$)

Schritt 3: Gewinnung der Größen $Q_{1,2}$, $Q_{2,2}$, $Q_{3,2}$ und $Q_{4,2}$ wie bei Schritt 2 bei AO aber

Schritt 4: die Mengenindizes (bzw. durch 100 dividierten Indizes) $Q_{1,3}$, $Q_{2,3}$ usw. werden nicht dividiert durch $\bar{W}_2 = 898.75$, sondern durch $V_{42}^* = 907.9$ was $Q_{1,3}^*$, $Q_{2,3}^*$ usw. ergibt. Dies wird dargestellt zusammen mit Schritt 5.

Schritt 5: $Q_{1,3}^*$ usw. wird mit dem Indexstand bei $q = 4, y = 2$ verkettet, also mit $Q_{4,2} = 1.0724$ statt mit $\bar{Q}_2 = 1.0514$, so dass man die Werte $Q_{q,3}^{QK}$ ($q = 1, \dots, 4$) erhält (entsprechend erhält man $Q_{q,4}^{QK}$ durch Verkettung mit $Q_{4,3} = 111.03$).

y	q	$Q_{q,y}^*$ Schritt 4	$Q_{q,y}^{QK}$ Schritt 5
3	1	$Q_{1,3}^* = (917 / 907.9) \cdot 100 = 101.02$	$Q_{1,3}^{QK} = Q_{1,3}^* \cdot 1.0724 = 101.02 \cdot 1.0724 = 108.33$ bei Eurostat 108.31
	2	$Q_{2,3}^* = (924.2 / 907.9) \cdot 100 = 101.70$ $Q_{2,2}$	$Q_{2,3}^{QK} = 101.80 \cdot 1.0724 = 109.17$
	3	$Q_{3,3}^* = (931.5 / 907.9) \cdot 100 = 102.60$	$Q_{3,3}^{QK} = 102.60 \cdot 1.0724 = 110.03$ bei Eurostat 110.04
	4	$Q_{4,3}^* = (939.9 / 907.9) \cdot 100 = 103.52$	$Q_{4,3}^{QK} = 103.53 \cdot 1.0724 = 111.03$.

Entsprechend erhält man dann im nächsten Jahr

4	1	$Q_{1,4}^* = (954.5 / 949.5) \cdot 100 = 100.53$	$Q_{1,4}^{QK} = Q_{1,4}^* \cdot Q_{4,3}^{QK} = 1.0053 \cdot 111.03 = 111.62$
	2	$Q_{2,4}^* = (959.6 / 949.5) \cdot 100 = 101.07$	$Q_{2,4}^{QK} = 1.0107 \cdot 111.03 = 112.21$
	3	$Q_{3,4}^* = (963.1 / 949.5) \cdot 100 = 101.43$	$Q_{3,4}^{QK} = 1.0144 \cdot 111.03 = 112.63$

Weitere Schritte beim Over the Year (OY) Verfahren

Schritt 2:

Berechnung der Quartalsvolumina $V_{p,y}^*$ für jedes Jahr auf Basis der jährlichen Durchschnittspreise des gleichen Jahres. Dazu müssen die Volumina des Jahres y für jedes Quartal $q = 1, \dots, 4$ noch einmal neu gerechnet werden; statt mit den Jahresdurchschnittspreisen von $y-1$, mit denen von y .

$$V_{q,2}^* = q_{1,q,2} \cdot P_{1,2} + q_{2,q,2} \cdot P_{2,2}$$

$V_{1,2}^* = 67.4 \cdot 5.5 + 57.6 \cdot 9.0 = 889.1$	$V_{2,2}^* = 69.4 \cdot 5.5 + 57.1 \cdot 9.0 = 895.6$	$V_{3,2}^* = 71.5 \cdot 5.5 + 56.5 \cdot 9 = 901.75$	$V_{4,2}^* = 73.7 \cdot 5.5 + 55.8 \cdot 9.0 = 907.9$
---	---	--	---

Eurostat gibt Werte an wie 889.3, 895.9 und bei $V_{3,3}^*$ 946.3 statt $V_{3,3}^* = 80.6 \cdot 4.0 + 54.2 \cdot 11.5 = 945.7$

Schritt 3:

Ab dem zweiten Jahr nach dem Basisjahr ($y = 1$), also ab $y = 3$, wird wie folgt gerechnet: (im Jahr $y = 2$ wird wie bei AO gerechnet, also Volumen jeweils durch $\frac{1}{4}$ des Werts des Vorjahres): Berechnung der Quartalsindizes $Q_{q,y}^*$ (bzw. Bestimmung der Volumenänderung eines Quartals zum gleichen Quartal des Vorjahres) durch:

$$Q_{q,y}^* = \frac{V_{q,y}}{V_{q,y-1}^*} \cdot 100$$

$Q_{1,3}^* = \frac{V_{1,3}}{V_{1,2}^*} \cdot 100 = \frac{917.0}{889.3} \cdot 100 = 103.11$	$Q_{2,3}^* = \frac{924.2}{895.9} \cdot 100 = 103.16$	$Q_{3,3}^* = \frac{931.5}{902.0} \cdot 100 = 103.27$	$Q_{3,4}^* = \frac{963.1}{946.3} \cdot 100 = 101.78$
--	--	--	--

Schritt 4: Verkette die Quartalsindizes $Q_{q,y}^*$ mit der bzw. den Volumenänderung(en) der gleichen Periode(n) des Vorjahres, d.h.

$$Q_{q,y}^{OY} = Q_{q,y}^* \cdot \frac{Q_{q,y-1}^*}{100} \cdot \left(\frac{Q_{q,y-2}^*}{100} \cdot \dots \right) \text{ beispielsweise}$$

$Q_{1,3}^{OY} = Q_{1,3}^* \cdot \frac{Q_{1,2}^*}{100} = 103.11 \cdot \frac{103.04}{100} = 106.24$	$Q_{2,3}^{OY} = 103.17 \cdot \frac{104.43}{100} = 107.74$	$Q_{3,3}^{OY} = 103.27 \cdot \frac{105.83}{100} = 109.29$
$Q_{1,4}^{OY} = 101.36 \cdot \frac{103.11}{100} \cdot \frac{103.04}{100} = 107.69 = 101.36 \cdot 1.0624$	$Q_{2,4}^{OY} = 101.65 \cdot 1.0774 = 109.52$	$Q_{3,4}^{OY} = 101.77 \cdot \frac{103.27}{100} \cdot \frac{105.83}{100} = 111.23$

Es gibt also nicht einen einheitlichen Verkettungsfaktor für das ganze Jahr (wie z.B. die Faktoren 1.0514 und 1.0857 bei der AO Methode oder 1.0724 [nach dem 4-ten Quartal in $y=2$] oder 1.1103 [nach dem 4. Quartal im Jahr $y = 3$] bei der OQ Methode), sondern jedes Quartal wird mit dem zum gleichen Quartal im Vorjahr erreichten Indexstand multipliziert.

Methoden der Verkettung von Volumen der vierteljährlichen VGR

Peter von der Lippe
7. VGR Tagung in Rostock

Methoden der Verkettung von QNA-Angaben (1)

Annual Overlap (AO)

One Quarter Overlap (QO) (oder quarterly overlap)

Over the Year (OY)

Gemeinsamer vorbereitender Schritt 1

Berechnung der Reihe der **Volumen** der Quartale $q = 1, \dots, 4$ des laufenden Jahres y ($V_{q,y}$)

Bewertung der aktuellen Mengen mit den ungewogenen Durchschnittspreisen des jeweiligen Vorjahrs $y-1$ (ständiger Wechsel der Preisbasis)

Konsistente zeitliche Vergleiche bei den drei Methoden

- Problem: Auswirkung des ständigen Wechsels der Preisbasis auf die drei Vergleiche

- des Jahresergebnisses in y (aggregiert über die vier Quartale) im Vergleich mit dem Vorjahr $y-1$

$$\Sigma, y \leftrightarrow \Sigma, y-1$$

- des laufenden Quartals q mit $q-1$ des gleichen Jahres y (Vorquartalsveränderung)

$$q, y \leftrightarrow q-1, y$$

- des Quartals q von y mit dem gleichen Quartal q des Vorjahrs $y-1$

$$q, y \leftrightarrow q, y-1$$

Unterschiedliche Zielsetzung der drei Methoden

- Zeitliche Konsistenz (Vergleiche von Quartals- und Jahresergebnissen untereinander)

war bisher kein Problem

Vermeiden statistisch bedingter Sprünge (Konjunkturprognose aus Quartalsdaten!)

$\Sigma_{,y} \leftrightarrow \Sigma_{,y-1}$ Jahresvergleiche: \Rightarrow AO

$q_{,y} \leftrightarrow q_{-1,y}$ (Vorquartalsvergleiche) Quartale innerhalb eines Jahres: \Rightarrow OQ

$q_{,y} \leftrightarrow q_{,y-1}$ Vorjahresvergleiche: \Rightarrow OY

Annual Overlap (AO) Verfahrensschritte

- AO Schritt 2: Quartalsindizes (-messzahlen) der Volumen $Q_{q,y}$ (Division von $V_{q,y}$ durch $W_{y-1}/4$)
- AO Schritt 3: Jahresdurchschnitt der vier Quartalsindizes (dividiert durch 100) als Verkettungsfaktor (Volumen des gesamten Jahres in Relation zum [gesamten] Wert des Vorjahres)
- AO Schritt 4: Multiplikation der Quartalsindizes (Schritt 2) mit Verkettungsfaktoren der Vorjahre (Schritt 3)

One Quarter Overlap (OO) Verfahrensschritte

- OO Schritt 2+3: (Neu) Berechnung von Volumen V^* im 4. Quartal von y mit Durchschnitts-Preisen von y (statt $y-1$) und Berechnung von Quartalsindizes $Q_{q,y}$
- OO Schritt 4: (Ab zweitem Jahr nach Basisjahr, davor wie AO) Division von $V_{q,y}$ durch V^* {statt $W_{y-1}/4$ } $\rightarrow Q^*_{q,y}$
- OO Schritt 5: Verkettung der Quartalsindizes $Q^*_{q,y}$ durch Multiplikation mit dem Stand des Quartalsindexes* bei $q=4$ und $y-1$ (Stand im Vorjahr) $Q^*_{q,y-1}$

* Dividiert durch 100

Over the Year (OY) Verfahrensschritte

- OY Schritt 2: Neuberechnung der Volumen aller vier Quartale von y mit Durchschnittspreisen von y statt $y-1$
- OY Schritt 3: Quartalsindizes durch Division der in Schritt 1 gewonnenen Volumen von q,y durch die in Schritt 2 gewonnenen Volumen von $q,y-1$
für alle $q = 1, \dots, 4$
- OY Schritt 4 (Verkettung): Multiplikation der Quartalsindizes (Schritt 3) mit Stand des Indexes* im Vorjahr

* dividiert durch 100

Zusammenfassung der Methoden

1. Volumen mit Jahresdurchschnittspreisen des Vorjahres

2. Kurzfristige (für das laufende Jahr) berechnete Mengenindizes (-meßzahlen; links): dabei unterschiedliche Bezugsgrößen

3. Verkettung der links durch Multiplikation mit unterschiedlichen Faktoren

$$V_{t-1}/W_{t-2}, Q_{4,t-1}, Q_{q,t-1}^*$$

4. Absolute Volumen: Startwert multipliziert mit Stand des Kettenindex

Rechenaufwand bei den Verfahren und Anwendung

AO	OQ	OY
Annual Overlap	One Quarter Overlap	Over the year
wenig Aufwand weil auf (Vorjahres) Werte bei Verkettung Bezug genommen wird	nur das 4. Quartal* (des Vorjahres) ist mit Jahresdurchschnittspreisen des gleichen Jahres umzurechnen	größter Aufwand: alle Quartale* mit (Jahresdurchschn.) Preisen des jeweiligen Jahres neu zu berechnen
Deutschland	USA und UK	Niederlande, Schweden

* Quartalsvolumen

Kriterien zur Beurteilung der Verfahren

- Unterschied in den Ergebnissen
(StBA: eine akademische Diskussion)
- Zeitliche Aggregation (addierte QNA Daten kompatibel mit ANA Daten, benchmarking)
(Quartale addieren sich zum Jahreswert; wichtig für Akzeptanz)
- Keine Sprünge im Niveau der Zeitreihe (schlecht bei AO)
- Wechsel vom 4. Quartal zum 1. des Folgejahres sollte mit den gleichen (Preis)gewichten erfolgen
keine Brüche durch Änderung der Gewichtung (schlecht bei AO)
- QNA Ergebnisse liefern gute Prognosen der Jahreswerte (ANA) (schlecht bei OQ)

Vergleich der Verfahren nach den Kriterien

	AO	OQ	OY
Vergleich mit a) gleichnamigem Quartal des Vorjahrs (mit $q, y-1$); b) Vorquartal ($q-1, y$) korrekte Wiedergabe der Saisonschwankung		-	+
	+	+	-
Sprünge beim neuen Jahr, zusätzliches Benchmarking nötig (verfahrensbedingte Brüche)		-	
Zeitliche Aggregation (Summe der Quartalswerte entspricht dem autonom ermittelten Jahreswert)	+	-	(+)
Unterjährige Bewegungen allein durch Volumen- (Mengen)änderung bedingt	+	+	-

Rechtliche Probleme, Veröffentlichungsprogramm

- Kettenindizes rechtlich verbindlich nur bei jährlicher VGR (ANA) nicht bei QNA,
StBA wünscht aber ANA und QNA methodisch kompatibel (einheitliches Indexkonzept)
- StBA veröffentlicht mehr als bisher Indizes (Messzahlen) statt absolute Angaben
Absolute Ergebnisse in Preisen des Vorjahres und verkettete Ergebnisse werden veröffentlicht **trotz Nicht-Additivität** (damit nicht Nutzer mit alternativen eigenen Schätzungen verwirrt werden).

