

# Kapitel 2: Daten, Maßzahlen und Axiomatik

1. Daten .....	17
2. Methoden der Datengewinnung.....	20
3. Maßzahlen, Eigenschaften und Axiome .....	22
a) Maßzahlen .....	22
b) Axiome, axiomatische Betrachtung .....	25
c) Normierung von Maßzahlen .....	28

## 1. Daten

### **Def. 2.1: Daten, Datensatz**

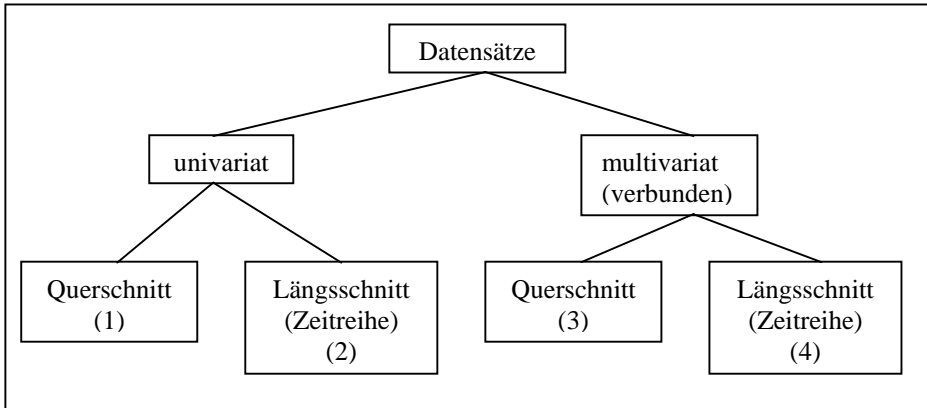
Statistische Daten sind der Ausgangspunkt weitergehender statistischer Auswertungen. Es sind Zahlenangaben über Merkmalsausprägungen, die an Einheiten beobachtet bzw. "gemessen" worden sind. Alle sachlich zusammengehörigen und einer statistischen Auswertung zugrundezulegenden Daten bilden einen Datensatz.

Übersicht 2.1 zeigt, welche Arten von Datensätzen sich unterscheiden lassen. Danach bestimmt sich auch die Art der sinnvoll zu berechnenden beschreibenden Maßzahlen, bzw. allgemeiner, der anzuwendenden statistischen Methoden. Die hier benutzte Terminologie ist leider nicht einheitlich und auch (insbesondere, was die Unterscheidung zwischen Quer- und Längsschnitt betrifft) nicht unproblematisch<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> So ist z.B. besonders der Begriff "Längsschnittanalyse" im Rahmen der Bevölkerungsstatistik für eine spezielle Art, zeitlich geordnete Sachverhalte zu beschreiben, reserviert und deshalb auch nicht gleichbedeutend mit Zeitreihenanalyse. Es ist andererseits z.B. in der Ökonometrie üblich, von Längsschnitt in dem oben gemeinten Sinne zu sprechen. Hinzukommt, dass für das, was hier "Querschnitt" genannt wurde überhaupt keine allgemein anerkannte Bezeichnung existiert.

### Übersicht 2.1. Arten von Datensätzen



Die in Übers. 2.1 getroffenen Unterscheidungen betreffen die Fragen, ob

- an einer Einheit ein Merkmal (univariat) oder mehrere Merkmale (multivariat) beobachtet worden sind; je nachdem wird eine Einheit  $v$  im Datensatz repräsentiert durch einen Skalar  $x_i$  (Ausprägung des Merkmals  $X$ , die bei der Einheit  $v$  beobachtet wurde) oder durch ein  $m$ -Tupel, den Zeilenvektor  $[x_{1v} \ x_{2v} \ \dots \ x_{mv}]$ , womit die Ausprägungen gemeint sind, die bei der Einheit (z.B. Person)  $v$  hinsichtlich der Merkmale  $X_1, X_2, \dots, X_m$  beobachtet worden sind;
- die Zahlenangaben, die im Datensatz zusammengefaßt sind, in einer zeitlichen Reihenfolge geordnet (datiert) sind, oder ob die Reihenfolge der Daten keine Rolle spielt.

Kennzeichnend für Daten, die als Zeitreihe vorliegen, ist es, dass die zeitliche Reihenfolge der Daten wesentlich ist, während es für "Querschnitts"-Daten (besser: undatierte Daten) i.d.R. unerheblich ist, ob sie ungeordnet vorliegen oder in irgendeiner Weise geordnet sind. Solche Daten (insbesondere Daten des Typs 1 in Übers. 2.1) können evtl. in einem anderen Sinne geordnet sein: Neben der zeitlichen Reihenfolge der Daten kann die Anordnung der Größe nach von Belang sein. Man spricht dann von einer (der Größe nach) geordneten Reihe.

Daten vom Typ 1, die in den folgenden Kapiteln (Kap. 3 - 6) behandelt werden, können in vier Formen vorliegen, nämlich als:

1. Einzelwerte (Einzelbeobachtungen)
  - a. ungeordnete Reihe (Urliste)  $x_1, x_2, \dots, x_n$
  - b. (der Größe nach) geordnete Reihe  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$
2. Häufigkeitsverteilung
3. klassierte Daten (klassierte Verteilung).

Im Fall 1a liegen die Daten in der Reihenfolge ihrer Erhebung vor und bei 1b gilt  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ . Die Zahl (j) in dieser Zahlenfolge ist die Rangzahl (der Rang) der Beobachtung  $x_{(j)}$  [vgl. Def. 7.17]. Sie bedeutet, dass (mindestens) j Beobachtungen kleiner oder gleich  $x_{(j)}$  sind.

Für statistische Berechnungen ist es vor allem entscheidend, ob die Daten als Einzelwerte vorliegen oder nicht. Man unterscheidet danach zwischen einer gewogenen und einer ungewogenen Berechnung einer Maßzahl (vgl. Def. 2.2):

<b>ungewogen</b>	Daten liegen als Einzelwerte vor,
<b>gewogen</b> (gewichtet)	Daten liegen als Häufigkeitsverteilung (Gewichtung mit Häufigkeiten) oder klassiert vor.

Bevor diese Unterscheidungen im Kap. 3 näher erläutert werden, mag das folgende Beispiel, in dem ein und der gleiche Datensatz in allen vier Formen dargestellt wird, ausreichen, um die hier eingeführten Begriffe zu erläutern.

**Beispiel 2.1:**

Die folgenden Daten sind gegeben als

1. ungeordnete Reihe: 1,1,2,3,8,2,4,3,1,2,4,1,4,2,3,9,1,1,3,9
2. geordnete Reihe: 1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,4,4,4,8,9,9
3. Häufigkeitsverteilung (nach Merkmalsausprägungen sortiert):

$x_i$	$n_i$
1	6
2	4
3	4
4	3
8	1
9	2
$\Sigma$	20

Die Größen  $x_i$  sind die Merkmalsausprägungen, die  $n_i$  sind die absoluten Häufigkeiten, deren Summe  $n = 20$  ist.

4. klassierte Daten (d.h. mit Größenklassen, die als halboffene, nicht notwendig gleich breite Intervalle abgegrenzt sind)

von...bis unter...	absolute Häufigkeit
0 - 3	10
3 - 6	7
6 - 9	1
9 - 12	2
$\Sigma$	20

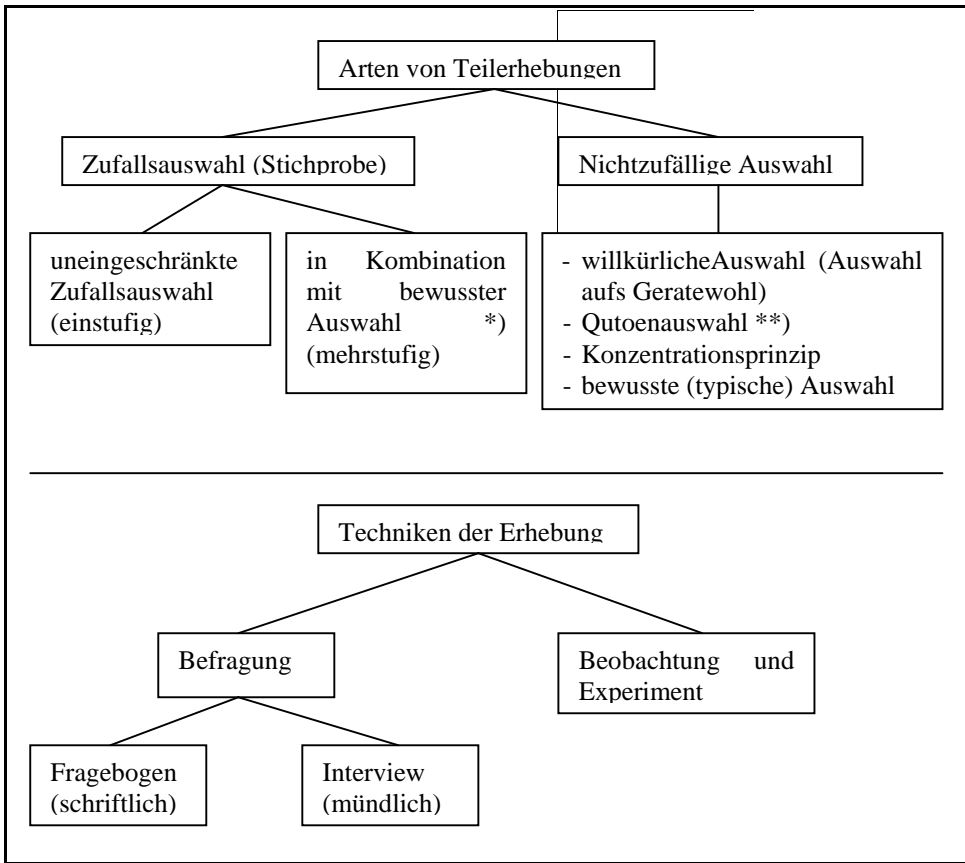
## 2. Methoden der Datengewinnung

In Übersicht 2.2 sind einige Begriffe zusammengestellt, die zum Verständnis statistischer Methoden bekannt sein sollten und hier nur kurz erläutert werden.

Man unterscheidet meist drei Stufen statistischer Arbeit: die **Erhebung**, **Aufbereitung** (in Gestalt von Tabellen und Graphiken) und **Analyse** (Auswertung) statistischer Daten. Aufbereitung ist die geeignete Darstellung des kompletten Datensatzes, während es bei der Auswertung um eine Interpretation der Daten, meist durch Berechnung zusammenfassender Kennzahlen (Maßzahlen) geht (vgl. Abschn. 3).

Unter einer **Erhebung** versteht man jede systematische Gewinnung von statistischen Daten. Dies kann eine speziell für statistische Zwecke veranstaltete Datenbeschaffung sein (Primärerhebung oder Primärstatistik) oder auch durch Rückgriff auf ursprünglich für andere Zwecke angelegte Unterlagen erfolgen (Sekundärstatistik).

Übersicht 2.2: Methoden der Datengewinnung



\*) Geschichtete Stichprobe, Klumpenauswahl (z.B. area sample) usw.

\*\*\*) "Repräsentativer Bevölkerungsquerschnitt" (übliches Verfahren der Markt-, Meinungs- und Umfrageforschung)

Zu unterscheiden sind ferner (vgl. Übers. 2.2):

- Total- und Teilerhebungen
- verschiedene Techniken der Erhebung.

Eine **Teilerhebung** liegt vor, wenn nur  $n$  von  $N$  Einheiten der Grundgesamtheit (Masse) erhoben werden ( $n < N$ ).

Häufig sind schon auf der Basis einer solchen Teilmenge des Umfangs  $n$  der Grundgesamtheit ausreichend genaue und sichere statistische Aussagen möglich. Eine Stichprobe ist oft nicht nur kostengünstiger als eine Totalerhebung, sondern auch die einzig vertretbare Erhebung (z.B. bei der Qualitätskontrolle).

Für die Deskriptive Statistik ist es ohne Belang, ob es sich um Stichproben- oder um Grundgesamtheits-Daten handelt. Die Theorie von Teilerhebungen, insbesondere von Stichproben, ist Gegenstand der Induktiven Statistik.

An dieser Stelle sollte jedoch bereits festgehalten werden:

- nicht jede Teilerhebung ist auch eine Zufallsauswahl (Stichprobe) und
- eine zufällige Auswahl ist streng von einer willkürlichen Auswahl zu unterscheiden.

In Übersicht 2.2 sind einige Arten von Teilerhebungen genannt, auf die hier nicht näher eingegangen wird. Einzelheiten hierzu sind - wie gesagt - im Rahmen der Induktiven Statistik zu behandeln.

Jede Teilerhebung ist mit einem Auswahlfehler verbunden, weil nicht alle Einheiten der Grundgesamtheit erfasst werden. Nur bei einer Stichprobe ist dieser Fehler ein Zufallsfehler, der mit der Wahrscheinlichkeitsrechnung abgeschätzt werden kann. Das gilt, weil das Auswahlverfahren die Zufallsauswahl ist, d.h. weil jede Einheit der Grundgesamtheit eine vor Ziehung der Stichprobe bekannte Wahrscheinlichkeit hat (bei Ziehung von  $n$  Elementen aus einer Urne von  $N$  Elementen "mit Zurücklegen" ist z.B. die Auswahlwahrscheinlichkeit bei uneingeschränkter Zufallsauswahl  $n/N$ ). Willkürliche Auswahl bedeutet im Unterschied zur zufälligen Auswahl, dass keine Kenntnisse über Auswahlwahrscheinlichkeiten vorliegen. Eine Stichprobe zu ziehen kann auf erhebliche praktische Schwierigkeiten stoßen, so dass Ersatzverfahren oft angewendet werden, wie z.B. das in Übers. 2.2 genannte Quotenverfahren.

Durch Ausnutzung von Kenntnissen über die Grundgesamtheit kann eine Stichprobe oft auf effizientere und rationellere Art gezogen werden, als im beschriebenen Fall einer Ziehung aus einer Urne (uneingeschränkte Zufallsauswahl). Das kann z.B. durch mehrstufige Auswahl (z.B. zuerst Auswahl von Gemeinden, dann von Haushalten in den Gemeinden) geschehen. Geschichtete Stichproben und Klumpenstichproben kann man als Spezialfälle einer zweistufigen Auswahl betrachten.

In entwickelten Ländern werden die meisten Erhebungen als Befragungen der Erhebungseinheiten durchgeführt. Schriftliche und mündliche (Interview) Erhebungen haben jeweils ihre spezifischen Vor- und Nachteile. Beobachtungen und Experimente sind nicht auf naturwissenschaftliche Anwendungen der Statistik beschränkt. Eine Verkehrszählung durch Notieren der vorbeifahrenden Fahrzeuge ohne die Fahrer anzuhalten und zu befragen oder auch eine Statistik durch systematische Aufzeichnungen über Zeitungsannoncen (z.B. Stellenangebote) stellt z.B. eine Beobachtung dar.

### **3. Maßzahlen, Eigenschaften und Axiome**

#### **a) Maßzahlen**

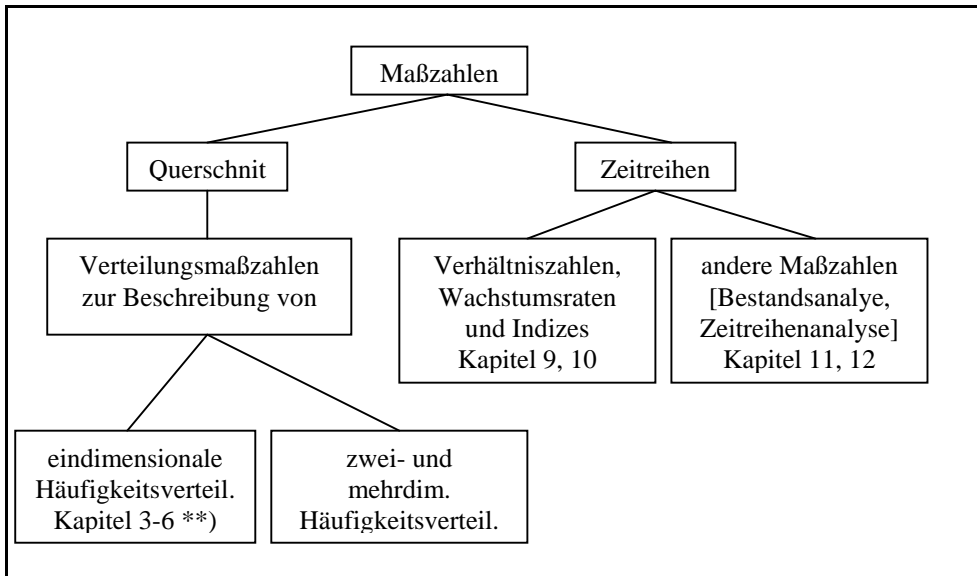
Deskriptive Statistik ist im wesentlichen die Lehre von der Konstruktion von Maßzahlen (Kennzahlen), die einer zusammenfassenden Beschrei-

bung von Daten durch eine Zahl dienen. Das wohl bekannteste Beispiel einer statistischen Maßzahl ist ein Mittelwert.

Ziel dieser Beschreibung durch Maßzahlen ist die summarische Charakterisierung und der Vergleich von Datensätzen. Von dieser summarischen, d.h. die Information verdichtenden Beschreibung von Daten (z.B. einer Häufigkeitsverteilung) durch eine Zahl ist die vollständige Beschreibung durch Tabellen und Graphiken zu unterscheiden.

In Übersicht 2.3 werden die in der Deskriptiven Statistik gebräuchlichen Klassen von Maßzahlen unterschieden.

### Übersicht 2.3: Arten von Maßzahlen



\*) Viele, aber nicht alle Methoden sind auf Zeitreihen bezogen. Bestimmte Verhältniszahlen, wie Gliederungs- und Beziehungszahlen beziehen sich aber auf Querschnittsdaten.

\*\*) Die Berechnung vieler in den Kap. 3 bis 6 dargestellten Maßzahlen ist nicht auf eindimensionale Häufigkeitsverteilungen beschränkt. Sie werden auch auf andere Arten von Daten angewandt, z.B. zeitliche Mittelwerte.

Maßzahlen können (müssen aber nicht) anschaulich interpretierbar sein. Häufig nehmen sie Zahlenwerte an, die den Merkmalsausprägungen nicht entsprechen (z.B. eine gebrochene Zahl während das Merkmal nur ganzzahlige Werte vorsieht). Eine statistische Masse kann in der Regel nur durch mehrere Maßzahlen hinreichend charakterisiert werden. Angewandt auf empirische Daten (z.B. eine empirische Häufigkeitsverteilung) nehmen Maßzahlen stets endliche Zahlenwerte an (was für analog konstruierte Maßzahlen in der induktiven Statistik nicht gelten muss).

**Def. 2.2: Maßzahl**

- a) Eine Funktion  $f$ , die den reellen Beobachtungswerten  $x_1, x_2, \dots, x_n$  des Merkmals (der Variablen)  $X$  eine reelle Zahl  $M$  zuordnet,

$$(2.1) \quad f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad M = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

heißt (ungewogene) **Maßzahl** (Kennzahl), sofern sie bestimmten Axiomen genügt.

- b) Entsprechend ist eine gewogene Maßzahl eine Funktion  $g$ , die den reellen Beobachtungswerten  $x_1, x_2, \dots, x_m$  des Merkmals  $X$  und den dazu korrespondierenden Gewichten  $g_1, g_2, \dots, g_m$  eine reelle Zahl  $G$  zuordnet:

$$(2.2) \quad g: \mathbb{R}^{2m} \rightarrow \mathbb{R}, \quad G = g[(x_1, g_1), (x_2, g_2), \dots, (x_m, g_m)].$$

**Bemerkungen zu Def. 2.2:**

1. Welche Maßzahl im Einzelfall sinnvoll zu berechnen ist, hängt ab von
  - dem Aussagezweck: soll z.B. die Streuung oder die Schiefe einer Häufigkeitsverteilung bestimmt werden?
  - der "Sachlogik": welcher Mittelwert ist z.B. zur Bestimmung einer durchschnittlichen Wachstumsrate oder einer durchschnittlichen Geschwindigkeit adäquat?
  - der Art der Daten (Skalenniveau): bestimmte Maßzahlen verlangen z.B. ein quantitatives Merkmal oder zusätzlich positive Merkmalswerte usw.

Durch "Aussagezwecke" im obigen Sinne wird eine Klasse von Maßzahlen (z.B. Mittelwerte) bestimmt. Die "Sachlogik" soll Maßstäbe zur Auswahl aus einer gegebenen Klasse liefern (z.B. Wahl des geometrischen- oder des harmonischen Mittels).

2. Als Gewichte  $g_1, g_2, \dots, g_m$  im Rahmen einer Gewichtung der Beobachtungswerte  $x_1, x_2, \dots, x_m$  können die (relativen) Häufigkeiten  $h_1, h_2, \dots, h_m$  benutzt werden. Es ist aber auch denkbar, den einzelnen  $m$  Werten  $x_i$  mit anders definierten  $m$  Werten  $g_1, g_2, \dots, g_m$  jeweils ein unterschiedliches "Gewicht" zu verleihen. Dass die Werte  $g_1, g_2, \dots, g_m$  den Beobachtungswerten  $x_1, x_2, \dots, x_m$  jeweils ein unterschiedliches "Gewicht" verleihen, ist unmittelbar einsichtig, wenn sie als Faktoren auftreten, also die Maßzahl so konstruiert ist, dass in ihr die Produkte  $x_1 g_1, \dots, x_m g_m$  auftreten.



3. Von den Gewichten wird üblicherweise gefordert, dass sie auf 1 normiert sind, d.h. dass gilt  $g_1+g_2+\dots+g_m = 1$ . Die Normierung der Gewichte ist zu unterscheiden von der im nächsten Abschnitt behandelten Normierung (des Wertebereichs) einer Maßzahl.
4. Man bezeichnet eine Maßzahl auch als Stichprobenfunktion oder Statistik (statistic), wenn der Datenvektor aus Stichprobenbeobachtungen besteht und sie zu inferenzstatistischen Zwecken (also in der Induktiven Statistik) konstruiert wird. In diesem Fall müssen zur Beurteilung einer Maßzahl auch inferenzstatistische Eigenschaften ("Gütekriterien", wie z.B. Erwartungstreue, Konsistenz usw.) herangezogen werden, die im Rahmen der Deskriptiven Statistik nicht betrachtet werden. Es wird in der Deskriptiven Statistik auch nicht näher spezifiziert, ob die Daten einer endlichen Grundgesamtheit oder einer Teilgesamtheit entnommen sind. Im Vordergrund stehen hier bei der Konstruktion von Maßzahlen deskriptive Aspekte der Datenreduktion. Sie haben aber durchaus eine eigenständige Bedeutung, weil viele wirtschaftliche und soziale Daten aus Grundgesamtheiten oder nicht zufälligen Teilgesamtheiten stammen.

## b) Axiome, axiomatische Betrachtung

### 1. Was sind Axiome?

Axiome sind grundlegende, ohne Beweis anerkannte, bzw. geforderte Aussagen eines Wissenschaftsbereichs, aus denen andere Aussagen abgeleitet werden. In der Deskriptiven Statistik sind mit Axiomen bestimmte formal oder inhaltlich motivierte Eigenschaften von Maßzahlen gemeint, die es erlauben, eine Maßzahl als "sinnvoll" (meaningful) zu akzeptieren, bzw. als "sinnlos" (meaningless) zu verwerfen.

Es soll im folgenden unterschieden werden zwischen Forderungen, die

1. von **allen** Maßzahlen der Deskriptiven Statistik erfüllt werden sollen,
2. solchen, die von **einer** ganzen **Klasse** von Maßzahlen gefordert werden, um jeweils eine Maßzahl als sinnvoll zu bezeichnen,
3. **Eigenschaften**, die eine konkrete Maßzahl einer solchen Klasse von Maßzahlen darüber hinaus hat und die für ihre Interpretation von großer Bedeutung sein können, aber nicht notwendig sind, um die Maßzahl als sinnvoll zu bezeichnen.

Mit Axiomen ist im folgenden der Fall 2 gemeint.

Axiome sind formale Kriterien, die eine Klasse von Maßzahlen insgesamt erfüllt, wodurch sich diese Klasse auch unterscheidet von einer anderen Klasse von Maßzahlen.

Zu 3:

Es ist z.B. die Eigenschaft, zwischen dem kleinsten und den größten Wert zu liegen, fundamental für alle "Mittelwerte". Ein "Mittelwert", der dieses Axiom nicht erfüllt, also größer als der größte oder kleiner als der kleinste Zahlenwert der Daten sein kann, dürfte kaum als "sinnvoll" empfunden werden. Dagegen ist z.B. nicht von allen Mittelwerten zu fordern, dass sich positive und negative Abweichungen von diesem Mittelwert ausgleichen, was z.B. für das arithmetische Mittel gilt. Eine solche Eigenschaft von allen Mittelwerten, also von einer ganzen Klasse von Maßzahlen als Axiom zu fordern, würde auch bedeuten, dass dann das arithmetische Mittel der einzige sinnvolle Mittelwert wäre.

Zu 1:

Formale Eigenschaften, die für statistische Maßzahlen aller Art häufig gefordert werden sind beispielsweise:

a) **Stetigkeit:**

Geringfügige (infinitesimale) Veränderungen in den Komponenten des Beobachtungsvektors  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$  eines stetigen Merkmals  $X$  sollen sich nicht sprunghaft auf die entsprechende Maßzahl auswirken.

b) **Sensitivität, Robustheit:**

Hierbei geht es um die Frage ob eine Maßzahl resistent ist gegenüber Ausreißern und außergewöhnlichen Daten.

c) **Maßeinheit, Normierung des Wertebereichs:**

Häufig wird gefordert, dass eine Maßzahl die gleiche Maßeinheit besitzt, wie die mit ihr beschriebene Variable  $X$  oder aber dass sie "dimensionslos" (ohne Maßeinheit) ist. Im zweiten Fall wird der Wertebereich der Maßzahl meist auf ein bestimmtes Intervall "normiert". Übliche Normierungen einer Maßzahl  $M$  sind

$$0 \leq M \leq 1 \quad \text{oder} \quad -1 \leq M \leq +1.$$

Durch eine geeignete Lineartransformation lässt sich jede Maßzahl auf einen bestimmten Wertebereich normieren (Abschn. c).

**d) Aggregation, Zerlegung:**

Eine Maßzahl kann sich beziehen auf eine Gesamtheit  $G$  oder auf deren Teilgesamtheiten  $G_i$  ( $i=1,2,\dots,r$ ). Dabei wird angenommen, dass die Gesamtheit (Menge)  $G$  in Teilmengen  $G_i$  "zerlegt", bzw. umgekehrt, die Gesamtheit aus diesen Teilmengen "zusammengefügt" (aggregiert) werden kann.

Eine vollständige Zerlegung (Partition) bedeutet, dass die Vereinigung der Teilmengen  $G_i$  die Menge  $G$  ist, und dass die Teilmengen  $G_i$  paarweise disjunkt sind (ihre Schnittmenge jeweils leer ist).

Wenn  $M$  die Maßzahl für die Gesamtheit ist und  $M_i$  die entsprechende Maßzahl für die  $i$ -te Teilgesamtheit ist, dann sollte  $M = f(M_1, \dots, M_r)$  eine einfach zu interpretierende Funktion sein (z.B. ein gewogenes arithmetisches Mittel).

**2. Vorteile der axiomatischen Betrachtungsweise**

Die axiomatische Betrachtungsweise hat in der Deskriptiven Statistik große Vorteile:

- Sie erlaubt es, eine Klasse von Maßzahlen generell zu charakterisieren und gegen eine andere Klasse abzugrenzen (z.B. das "Wesen" der Streuung [Kap.5] zu definieren und z.B. Streuungsmaße gegen Disparitätsmaße [Kap.6] abzugrenzen).
- Mit ihr ist es möglich, Eigenschaften (auch weniger offensichtliche) von Maßzahlen systematisch herauszuarbeiten und Kriterien zur Auswahl und Beurteilung von Maßzahlen anzugeben; zu solchen interessierenden Eigenschaften gehört z.B. auch das "Verhalten" einer Maßzahl bei Änderungen an den Daten (etwa Hinzufügen oder Streichen bestimmter Meßwerte) in Form von sog. "Proben" (z.B. "Ergänzungsprobe" bei der Konzentrationsmessung, oder "Rundprobe" in der Indextheorie).
- Sie kann auch die Konstruktion neuer Maßzahlen<sup>2)</sup> anregen.

Die axiomatische Betrachtungsweise ist bisher am weitesten und erfolgreichsten bei Indexzahlen und Konzentrationsmaßen angewandt worden. Im Falle von Indexzahlen ist auch neben der Betrachtung formaler

---

<sup>2)</sup> In diesem Sinne nutzte z.B. Irving Fisher seine "Proben" (oder "tests") als "finders of formulae". Entsprechend sind in der Indextheorie der "best linear index" (Theil) oder der Integralindex (Divisia) als solche Maßzahlen konstruiert worden die bestimmten Axiomen genügen.

Axiome (in der sog. "formalen Theorie der Indexpzahlen") die Untersuchung inhaltlicher (sachlicher) Forderungen an Indexpzahlen üblich ("ökonomische Theorie der Indexpzahlen").

### c) Normierung von Maßzahlen

Wenn eine Maßzahl  $M$  den minimalen Wert  $M_u$  und den maximalen Wert  $M^o$  annimmt, so kann man leicht aus  $M$  durch eine Lineartransformation eine auf einen bestimmten Wertebereich normierte Maßzahl  $M^*$  erhalten. So erhält man z.B. - wie leicht zu beweisen ist - eine Maßzahl  $M^*$ , die zwischen  $M_u^*$  als kleinstem und  $M^o^*$  als größtem Wert schwankt, mit der folgenden Lineartransformation:

$$(2.3) \quad M^* = M_u^* + (M - M_u) \frac{M^o^* - M_u^*}{M^o - M_u}$$

Praktisch besonders bedeutsam sind die beiden folgenden Normierungen:

- Normierung der Maßzahl  $M$  zur Maßzahl  $M^*$  auf den Wertebereich  $0 \leq M^* \leq 1$  mit Gl. 2.3a und
- Normierung auf  $-1 \leq M^* \leq +1$  mit Gl. 2.3b:

$$(2.3a) \quad M^* = \frac{M - M_u}{M^o - M_u} \qquad (2.3b) \quad M^* = \frac{2(M - M_u)}{M^o - M_u} - 1$$

#### Beispiel 2.2:

Angenommen, eine Maßzahl  $M$  schwankt zwischen  $\frac{1}{4}$  als Untergrenze und  $\frac{1}{2}$  als Obergrenze. Wie kann man aus  $M$  eine Maßzahl  $M^*$  so bilden, dass  $M^*$  nur Werte zwischen

- 0 und 1
- 1 und +1 annimmt?

#### Lösung 2.2:

Wegen  $M_u = 1/4$  und  $M^o = 1/2$  erhält man im Fall

- nach Gl. 2.3a:  $M^* = 4M - 1$  und im Fall
- nach Gl. 2.3b:  $M^* = 8M - 3$ .